

Control no lineal del vehículo eléctrico KON mk3 con motor brushless

1st Marcelo Jaffet Contreras Cabrera
Departamento de Ing.Mecatrónica
Universidad de ingeniería y tecnología
Lima, Perú
marcelo.contreras@utec.edu.pe

2nd Kevin Aubert De Luchi L.
Departamento de Ing.Mecatrónica
Universidad de ingeniería y tecnología
Lima, Perú
kevin.aubert@utec.edu.pe

Abstract—El presente documento tiene como objetivo detallar el modelamiento de las dinámicas traslaciones de un vehículo eléctrico utilizando para la competencia Eco Shell Marathon por el equipo KON en conjunto con su actuador, un motor brushless [2], y el diseño de un control en cascada para el seguimiento de velocidad por parte del vehículo. Esta estrategia de control es compuesta por dos controladores: un controlador de velocidad que fue seleccionado entre Sliding mode controller, Feedback linearization y adaptativo para la planta del vehículo y un Proportional derivative integral (PID) para el actuador. El rendimiento del controlador en cascada fue comprobado en el entorno de Simulink utilizando los parámetros reales de la planta obtenidos de forma experimental para el vehículo y la hoja de datos del motor brushless luego de ajustar los parámetros de control. Los resultados muestran que el control propuesto permite seguir distintos tipos de referencia de velocidad como funciones escalón o cuadradas aun bajo la presencia de disturbios desconocidos de baja amplitud.

Index Terms—SMC, EV, control no lineal, PID, BLDC, control robusto

I. INTRODUCCIÓN

La Competencia Eco Shell Marathon [5] tiene como objetivo incentivar a los alumnos STEM a diseñar los vehículos eléctricos más eficientes del mundo. Dentro de este certamen, universidades de diferentes países compiten por construir un vehículo que cumpla una gran gama de pruebas donde en todas se tendrá como objetivo generar la mayor eficiencia posible a partir del diseño mecánico, eléctrico, actuadores seleccionados, etc. Este objetivo también puede ser alcanzado con el correcto diseño de los controladores implementados en el vehículo. Particularmente, existen dos controladores dentro de un vehículo eléctrico que son el control de torque del motor y el control de velocidad del vehículo. En muchas instancias, se suele asumir que el seguimiento de torque del motor es perfecto, pero en escenarios donde la eficiencia es crítica y puede existir cambios de parámetros que afecten el rendimiento del motor, se considera que es más apto modelarlo y controlarlo de forma individual. Tanto el torque como la velocidad son variables utilizadas en el cálculo de eficiencia y esto refuerza la importancia del diseño de los controladores.

En consecuencia, el presente proyecto consiste en el modelamiento del vehículo prototipo eléctrico mk3 de KON Team

que se puede apreciar en la Figura 1 junto con su actuador interno y sus respectivos controladores para lograr una velocidad deseada. Se realizará una comparativa entre los tres tipos de control no lineal mencionados anteriormente considerando disturbios en la forma de cambios abruptos de los parámetros del modelo.



Fig. 1. Vehículo prototipo mk3



Fig. 2. Motor Brushless All Axle Hub Motor V2

II. MODELAMIENTO DE SISTEMAS DINÁMICOS

El sistema a modelar está compuesto por 2 plantas. La primera es el modelo mecánico del vehículo KON mk3. Mientras que la segunda es el modelo mecánico-eléctrico del motor brushless que tiene el vehículo KON mk3.

A. Modelo no lineal del vehículo eléctrico

Las fuerzas que actúan en el vehículo en movimiento se muestran en el Diagrama de Cuerpo de Libre de la Figura 3.



Fig. 3. Diagrama de Cuerpo Libre del vehículo

Las fuerzas mostradas tienen las siguientes expresiones:

- Fuerza de arrastre aerodinámico

$$F_{Aerodinamica} = \frac{1}{2} c_d A_f \rho v^2 \text{sgn}(v)$$

Donde:

- c_d : Coeficiente de arrastre aerodinámico.
- A_f : Área frontal del vehículo (m^2).
- ρ : Densidad del aire (kg/m^3).
- v : Velocidad del vehículo en el eje X (m/s).

- Fuerza de resistencia a la rodadura

$$F_{Rodadura} = c_r m g \cos(\theta) \text{sgn}(v)$$

Donde:

- c_r : Coeficiente de resistencia a la rodadura.
- m : Masa del vehículo (kg).
- g : Gravedad (m/s^2).
- θ : Ángulo de inclinación de la superficie.
- v : Velocidad del vehículo en el eje X (m/s).

- Fuerza de tracción

$$F_{Traccion} = \tau r$$

Donde:

- τ : Torque entregado por el motor Brushless DC (Nm).
- r : Radio de la rueda del vehículo (m).

- Peso del vehículo

$$W = mg$$

Donde:

- m : Masa del vehículo (kg).
- g : Gravedad (m/s^2).

A partir del DCL mostrado en la Figura 3 se utiliza la segunda ley de Newton en el eje X (eje de movimiento del carro):

$$\sum F_x = ma$$

$$ma = F_{Tracción} - F_{Aerodinámica} - F_{Rodadura} - W \sin(\theta)$$

Reemplazando los valores de cada fuerza se obtiene que el modelo dinámico del sistema está representado por la siguiente ecuación:

$$ma = \tau r - \frac{1}{2} c_d A_f \rho v^2 \text{sgn}(v) - c_r m g \cos(\theta) \text{sgn}(v) - m g \sin(\theta) \quad (1)$$

Donde los valores que toma cada variable se muestran en la Tabla I. Cabe destacar que las variables c_r , ρ y θ presentan un valor variable ya que dependen del entorno del vehículo. El coeficiente de rodadura (c_r) presenta una variación entre 0.0035 y 0.0105 dependiendo de la rugosidad del tipo de material de la pista. La densidad del aire (ρ) presenta una variación entre 1.10 y 1.26 dependiendo de la composición del mismo. Por otro lado, para el ángulo de inclinación de la superficie (θ) se eligió una variación entre 1° y 5° . Finalmente, cabe destacar que de estas 3 variables la única que puede ser medida durante el movimiento del vehículo es la inclinación del terreno (θ), por lo que esta se retroalimentará a los controladores SMC y de Linealización exacta que se mostrarán más adelante.

Símbolo	Descripción	Valor	Unidad
c_d	Coeficiente aerodinámico	0.097	-
A_f	Área frontal del vehículo	0.442	m^2
ρ	Densidad del aire	1.18 ± 0.08	kg/m^3
c_r	Coeficiente de rodadura	0.007 ± 0.0035	-
m	Masa del vehículo	120	kg
g	Gravedad	9.81	m/s^2
θ	Ángulo de inclinación	3 ± 2	$^\circ$
r	Radio de la rueda	0.254	m

TABLE I
PARÁMETROS DEL MODELO DEL VEHÍCULO

El modelo en el espacio de estados del vehículo se puede obtener a partir de la ecuación del sistema dinámico 1. Para esto se considera a $\mathbf{x} = [x_1, x_2]^T = [x, v]^T$ como vector de estado, obteniendo el sistema de segundo orden mostrado a continuación:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_2 \\ -\frac{1}{2m} c_d A_f \rho x_2^2 \text{sgn}(x_2) - c_r g \cos(\theta) \text{sgn}(x_2) - g \sin(\theta) + \frac{r}{m} \tau \end{bmatrix}$$

B. Modelo no lineal del motor brushless DC

En el caso del modelo del motor brushless DC, se tomó como referencia el trabajo de [3]. En este se puede observar que por simplicidad los autores modelan un motor brushless DC de manera similar al modelamiento de un motor DC convencional, tomando únicamente como variable de estado la corriente de salida de la batería en lugar de las 3 corrientes que se tendrían en el motor trifásico original. El procedimiento utilizado por los autores de [3] se resume a continuación. Primeramente se puede observar la conexión eléctrica de un motor Brushless DC a un puente inversor en configuración estrella en la Figura 4.

Para el funcionamiento del motor se activan 2 transistores Mosfet a la vez mientras que los otros 4 permanecen abiertos. Esto permite que la corriente de la batería circule entre 2 fases como se muestra en la Figura 5 simplificando el sistema de ecuaciones.

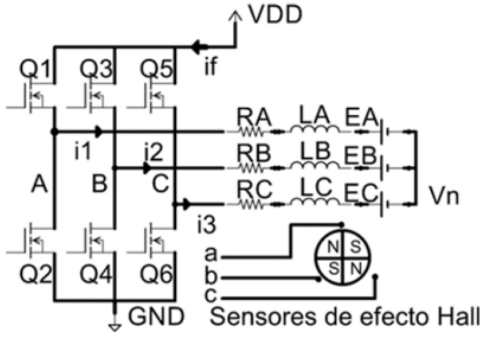


Fig. 4. Motor brushless DC conectado a un puente inversor en configuración estrella [4]

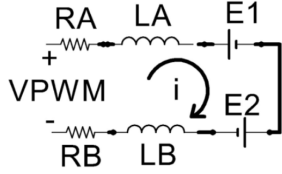


Fig. 5. Circuito equivalente en un estado de activación [3]

Donde E representa el voltaje contra electromotriz definido por $E = K_e \omega(t)$, siendo K_e una constante contraelectromotriz y ω la velocidad angular del motor.

Como el motor tiene 3 estados de conducción mediante la activación de los transistores se tiene el sistema de ecuaciones mostrado en la Figura 6

$$\begin{pmatrix} VPWM1 \\ VPWM2 \\ VPWM3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} R1+R2 & 0 & 0 \\ 0 & R2+R3 & 0 \\ 0 & 0 & R1+R3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i1 \\ i2 \\ i3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} L1+L2 & 0 & 0 \\ 0 & L2+L3 & 0 \\ 0 & 0 & L1+L3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} di1/dt \\ di2/dt \\ di3/dt \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} ke1+ke2 & 0 & 0 \\ 0 & ke2+ke3 & 0 \\ 0 & 0 & ke1+ke3 \end{pmatrix} W(t)$$

Fig. 6. Sistema de ecuaciones del modelo eléctrico del motor [3]

Sin embargo, por razones de simplicidad se utilizará una sola corriente que viene de la batería del vehículo i_f y se utilizará únicamente el voltaje VDD obtenido de la batería. Obteniendo de esta mane la ecuación característica simplificada mostrada a continuación:

$$VDD = Ri_f + L \frac{di_f}{dt} + K_e \omega \quad (2)$$

Donde:

- $R = \frac{2}{3}(R_1 + R_2 + R_3)$
- $L = \frac{2}{3}(L_1 + L_2 + L_3)$
- $K_e = \frac{2}{3}(ke_1 + ke_2 + ke_3)$

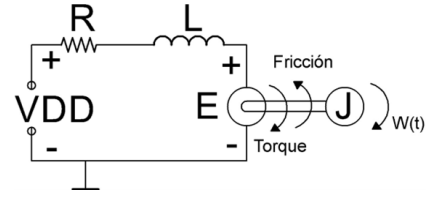


Fig. 7. Diagrama electromecánico de un motor DC [1]

Por otro lado, en la Figura 7 se observa el diagrama electromecánico de un motor DC, tomando este como referencia se puede modelar las ecuaciones que caracterizan el modelo electromecánico del motor del vehículo como se muestra a continuación:

$$T_e = T_{motor} + J\dot{\omega} + T_{perdidas} \quad (3)$$

Donde se tiene:

- El torque generado por las pérdidas se debe a la fricción viscosa y a la fricción de Coulomb como se muestra a continuación:

$$T_{perdidas} = B\omega + K_c \text{sign}(\omega)$$

- El torque electromotriz está directamente relacionado a la corriente i_f como se muestra a continuación:

$$T_e = K_t i_f$$

- T_{motor} es el torque entregado por el motor al vehículo.

De esta manera, tomando las ecuaciones 2 y 3 se tiene el modelo dinámico del motor del vehículo como se muestra a continuación:

$$\frac{di_f}{dt} = \frac{VDD}{L} - \frac{R}{L} i_f + \frac{K_e}{L} \omega$$

$$\tau_{motor} = K_e i_f - J\dot{\omega} - B\omega + K_c \text{sign}(\omega)$$

Donde los valores que toma cada variable se muestran en la Tabla II, estos fueron obtenidos de la información técnica del motor brushless All Axle Hub Motor V2 [2]. Asimismo cabe destacar que las variables ω y $\dot{\omega}$ (que están directamente relacionadas con la velocidad y aceleración del vehículo por el radio de la llanta) pueden ser medidas de manera directa y se retroalimentarán al modelo del motor. Por otro lado, la variable de control VDD está limitada entre 0 y 48V y la variable de estado i_f está limitada entre 0 y 35A debido a las características de la batería que usa el vehículo KON mk3.

Símbolo	Descripción	Valor	Unidad
VDD	Voltaje entregado	0 – 48	V
L_i	Inductancia fase a fase	680	μH
R_i	Resistencia fase a fase	268	$m\Omega$
K_e	Constante electromotriz	1.2732	V/(rad/s)
K_t	Constante de torque	1.2732	N m/A
J	Constante de inercia del rotor	1.0336	kg/m^2
B	Constante de fricción viscosa	0.0048	N m s
K_c	Constante de fricción de Coulomb	0.45	N m s

TABLE II
PARÁMETROS DEL MODELO DEL MOTOR

El modelo en el espacio de estados del motor se puede obtener a partir de las ecuaciones mostradas arriba. Para esto se considera a $\mathbf{x} = [x_1]^T = [i_f]^T$ como vector de estado, obteniendo el sistema de primer orden mostrado a continuación:

$$\dot{x}_1 = \left[-\frac{R}{L}x_1 + \frac{K_e}{L}\omega + \frac{V_{DD}}{L} \right]$$

$$y_1 = [K_e x_1 - J\dot{\omega} - B\omega + K_c \text{sign}(\omega)]$$

III. ANÁLISIS TEMPORAL Y FRECUENCIAL DE SISTEMAS NO LINEALES

La necesidad de diseñar un control para nuestros sistemas dinámicos suele nacer por la falta de estabilidad del sistema en términos temporales o frecuenciales. También ocurre que el comportamiento en estos dos dominios no es el deseado y por lo tanto el controlador se encargará en corregir al sistema. Por lo tanto, un análisis de la estabilidad de ambos regímenes suele dar valiosa de información.

A. Determinación de estabilidad temporal

La forma más directa para determinar la evolución temporal de un sistema, y por lo tanto su estabilidad, es simulando la ecuación dinámica para múltiples valores iniciales en sus variables de estado. Estos valores se pueden agregar y graficar en una superficie 2D donde la evolución temporal define una dirección de flujo de la superficie. A este método se le conoce como diagrama de fase y suele ser la opción más utilizada bajo la condición que el sistema sea de segundo orden. Esto se cumple para el caso del modelo de vehículo donde se extrapoló el diagrama de fase entre velocidad y posición.

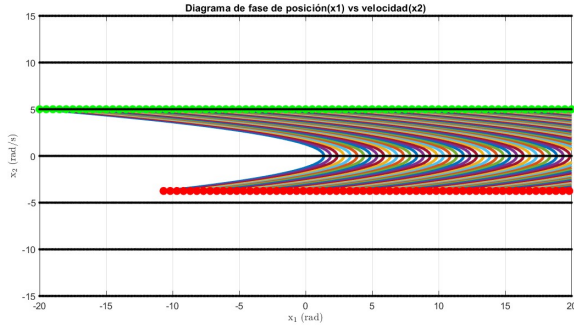


Fig. 8. Diagrama de fase del sistema vehículo para t=15s

En 8, se puede observar que independientemente del valor inicial de la velocidad, producto de la pendiente hacia abajo y la gravedad que actúa sobre el carro, la posición del carro se ira volviendo más negativa conforme pase el tiempo. Si aumentamos el tiempo de simulación a 20 s podremos confirmar esta aseveración sobre la evolución del sistema.

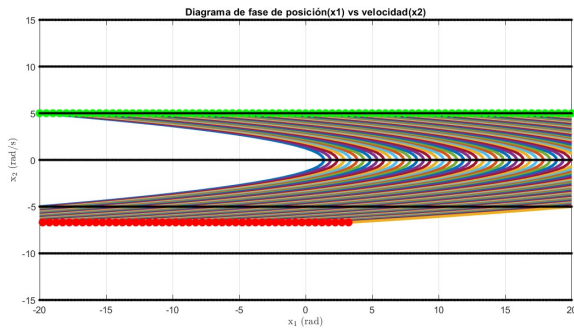


Fig. 9. Diagrama de fase del sistema vehículo para t=20s

Por lo tanto, cómo cada punto de velocidad diverge hacia el infinito, se puede afirmar que el sistema presenta un comportamiento inestable para todos los focos que pueda contener.

Por otra parte, también se realizó el mismo procedimiento para el sistema del motor, particularmente al componente eléctrico ya que la parte mecánica es solo una transformación de la corriente y no continué derivadas. Sin embargo, el sistema propuesto es de primer orden, por lo que se gráfico la integral de la corriente con la corriente misma utilizando la ecuación dinámica de su derivada.

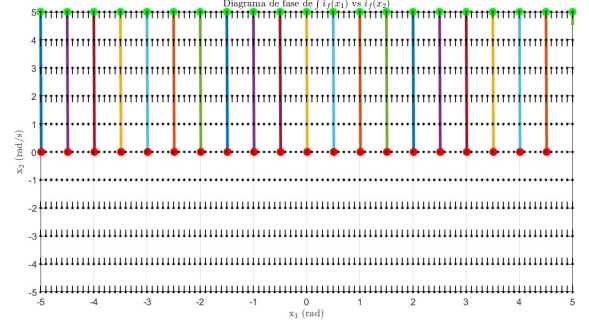


Fig. 10. Diagrama de fase de la parte eléctrica del motor

En este caso, cómo no existe ninguna fuente de voltaje ni alguna fuerza electromotriz de la velocidad, que en otras palabras significa que el sistema esta disipando toda su energía, el valor de la corriente decae a cero para todos los casos. Es de esa forma, que se comprueba que el sistema eléctrico es estable. No obstante, el control buscará moldear el diagrama de fase para que el sistema siga la referencia porque en este momento la única acción que el sistema realiza es llevar la corriente a cero.

B. Análisis frecuencial por función descriptiva

El diagrama frecuencial también es una herramienta muy útil para determinar la estabilidad de los sistemas y que acción correctora buscamos en el diseño del controlador. Este análisis hace uso de la función descriptiva que es un símil a la función de transferencia de sistemas lineales pero aplicable en el análisis frecuencial de sistemas no lineales gracias al uso de una aproximación por series de Fourier. Con esta función, se puede predecir la presencia de ciclos límites que son patrones repetitivos en el diagrama de fase en sí.

Algunos aspectos que se deben considerar en el uso de esta herramienta son que solo puede describir adecuadamente no linealidades impares. Así mismo, se suele utilizar solo para el tipo de no linealidades denominadas "fuertes" cómo: saturación, ON-OFF, histeresis, etc. Bajo estas dos consideraciones, no se puede describir el modelo del vehículo con este método porque la no linealidad de la velocidad al cuadrado es par y no es del tipo fuerte.

En el lado opuesto, el sistema eléctrico del motor puede incluir una no linealidad a su salida que es una saturación de 0 a 35 A para la corriente por las limitaciones físicas del circuito mismo. Considerando que la corriente nunca llega a estar en los valores negativos sin la necesidad del saturador, entonces este puede ser modelado para actuar en el rango completo de -35A a 35A y utilizar su función descriptiva conocida.

El análisis completo de frecuencia empezaría por separar la parte lineal y no lineal del modelo asumiendo que todas las entrantes cómo ω o VDD son nulas.

$$\dot{i}_f = -\frac{R}{L} \text{sat}(i_f)$$

Si se define que la corriente es igual a x y la parte no lineal a u , se puede formar el siguiente modelo lineal.

$$\frac{X(s)}{U(s)} = \frac{-R}{Ls}$$

y donde la variable $U(s)$ es igual a $X(s)N(s, A)$ donde N es la función descriptiva que para este caso es conocida en la literatura de control no lineal y es igual a:

$$N(A, \omega) = N(A) = \frac{2k}{\pi} \left(\arcsin\left(\frac{a}{A}\right) + \frac{a}{A} \sqrt{1 - \frac{a^2}{A^2}} \right)$$

donde $k = 1$ y $a = 25$.

Ahora, para comprobar la existencia de los ciclos límites y su estabilidad, se tiene que graficar tanto el diagrama de Nyquist de la parte lineal por función de transferencia cómo de la parte no lineal por la inversa negativa de la función descriptiva. En donde existe un punto de cruce entre las dos curvas, se puede determinar la frecuencia y amplitud de un posible ciclo límite. Esto se consigue al evaluar la función descriptiva para distintos valores de amplitud A .

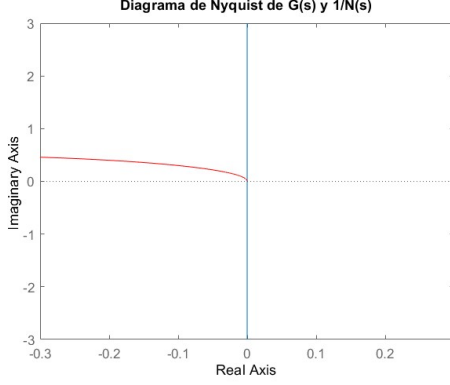


Fig. 11. Diagrama de Nyquist para la comprobación de ciclos límites en la parte eléctrica del motor

En 11, se puede apreciar que el único punto de corte es el origen de manera que el ciclo límite posible tiene frecuencia 0 y amplitud 0 lo cual descarta la existencia de ciclos límites para este subsistema dinámico.

IV. DISEÑO DE CONTROLADORES

En vista que se disponen de dos plantas (vehículo y motor) conectadas donde el actuador se puede separar físicamente del vehículo, se ha optado por un esquema de control del tipo cascada.

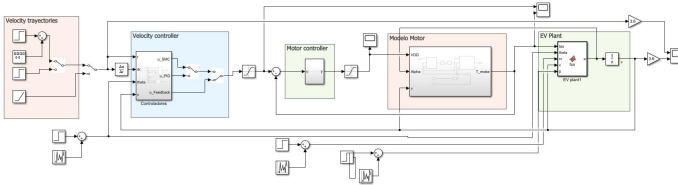


Fig. 12. Esquema de control general en cascada

Este controlador requiere que primero se sintonice el lazo primario compuesto por el motor y su controlador de torque y una vez que se asegure que el actuador sigue cualquier referencia, se procede a sintonizar el lazo secundario conformado por el control de velocidad y la planta del vehículo.

A. Controlador PI del motor

Lo que se requiere en este controlador es que el motor pueda entregar al vehículo el torque referencial que emite el controlador de velocidad; ya sea SMC, Feedback Linearization o adaptativo. Debido a la simplificación que tiene esta planta y que en su gran mayoría es una planta lineal, a excepción del saturador, se eligió el controlador PID por su facilidad de implementación y de sintonización para una gran gama de referencias. Dentro de la sección de resultados se presentarán las gráficas que muestra en el torque generado por el motor vs la referencia que debería seguir. Los valores utilizados en este controlador fueron obtenidos por prueba y error llegando a que el mejor controlador es de la forma PI (no fue necesario la inclusión de la parte derivativa del controlador) teniendo la siguiente forma:

$$u = Pe + I \int e dt$$

Donde:

- $P = 2$
- $I = 1$
- $e = \tau_{motor} - \tau_r$
- u : Salida del controlador en V, el cual será entregado al motor.

B. Controlador Feedback de velocidad

Una de las estrategias de control no lineal más sencillas de realizar sin recaer en la linealización del sistema sobre un punto operacional, es la linealización exacta por feedback donde la ley de control contiene todos los componentes no lineales del sistema y se cancelan a la par que se impone una dinámica de error según los requerimientos de control.

La secuencia para diseñar este controlador es sencilla. En primer lugar, se debe reordenar el sistema en la forma afín $\dot{x} = f(x) + b * u$ para luego imponer las nuevas dinámicas a través de la variable $v = \dot{x}$. Con esto, el segundo paso, es separar la ley de control de la siguiente forma:

$$u = \frac{1}{b}(v - f)$$

Y el último paso, es elegir un v adecuado según los requerimientos de control y el orden del sistema. Para el caso del control de velocidad se dispone de una planta de primer orden y por lo tanto la única forma que pueden adoptar las dinámicas deseadas es igual a:

$$v = -\alpha e + \dot{v}_{ref}$$

para así formar una nuevas dinámicas de error iguales a $\dot{e} + \alpha e$ al insertarlas en el modelo dinámico.

C. Controlador SMC de velocidad

Si bien, el control por linealización exacta puede ofrecer resultados prometedores, depende que el modelo retro alimentado en la ley sea el más cercano al modelo real. Pequeñas variaciones puede generar que el rendimiento de control decaiga considerablemente. Así mismo, es una ley que su robustez ante disturbios no está asegurada. En consecuencia, el SMC (Sliding Mode Controller) se plantea cómo una alternativa de ley de control no lineal robusta.

Esta se basa en que se puede forzar a que un sistema dinámica siga una superficie en su espacio de estados conocida como superficie deslizante denotada como S y que es equivalente a seguir las trayectorias de referencias y sus distintas derivadas. La ley de control se diseñara para llevar al sistema a la superficie y mantenerla ahí mediante una combinación de la linealización exacta y un termino corrector que depende netamente del valor de la superficie S para este instante.

Entonces, primero se debe elegir adecuadamente una superficie deslizante, que para efectos de este proyecto, utiliza la integral del error para reducir el error en estado estacionario al máximo y no tener problemas en la formulación del problema al ser de primer orden.

$$S(e, t) = \left(\frac{d}{dt} + \lambda \right)^{n-1} \int e dt = 0$$

Si bien el orden del sistema original era 1, al considerar la integral de su error, el sistema subió a orden dos y se puede operar la anterior expresión sin problemas. En caso contrario se hubiera obtenido que el error debe ser igual a cero y eso no permite el diseño de la ley.

$$S(e, t) = \left(\frac{d}{dt} + \lambda \right) \int e dt = e + \lambda \int e dt$$

El segundo paso es derivar una sola vez la superficie de control para obtener la ley de control u dentro de la expresión y poder despejarla. Así mismo, se recalca el error considerado en SMC es igual a $v - v_{ref}$.

$$\begin{aligned} \dot{S}(e, t) &= \dot{e} + \lambda e = 0 \\ a - a_{ref} + \lambda(v - v_{ref}) &= 0 \\ u &= \frac{1}{b}(f - a_{ref} + \lambda(v - v_{ref})) - k * \text{Sat} \left(\frac{S}{\phi} \right) \end{aligned}$$

Cómo se observa en la última expresión, se tiene un componente de linealización y otro componente adicional que tiene la función de corregir la evolución del sistema dentro del espacio de estados para siga a la superficie S , es por ello que depende de esta y puede ser relajado este componente por la constante k o su rango de acción dentro del espacio de estados por el

parámetro ϕ . Adicionalmente, fue considerada la función tangente hiperbólica ya que es una sigmoide que considera el signo de la superficie S pero su transición es suave a comparación de funciones como signo o saturación. El SMC tiene la característica que por el componente corrector que puede modelarse como un control ON-OFF suele inducir una gran cantidad de oscilaciones (chattering) en la ley de control que para una implementación puede dañar el actuador. Funciones sigmoideas suaves como \tanh no sufren de ese problema y esa es la razón por la que fue escogida en la ley implementada.

D. Controlador Adaptativo de velocidad

Para el diseño del controlador adaptativo para el vehículo presentamos la planta no lineal de la siguiente forma:

$$\dot{x}_2 = -a_p y - c_{p1} f_1(x_2) - c_{p2} f_2(x_2) + b_p u$$

Asimismo, recordamos la ecuación característica de nuestra planta:

$$x_2 = -\frac{1}{2m} c_d A_f \rho x_2^2 \text{sign}(x_2) - c_r \cos(\theta) \text{sgn}(x_2) - g \sin(\theta) + \frac{r}{m} \tau$$

Igualando término a término se tiene:

- $f_1(x_2) = x_2^2$
- $f_2(x_2) = \text{sign}(x_2)$
- $b_p = \frac{r}{m}$

De esta forma, la señal de control tendrá la siguiente expresión:

$$u = \hat{a}_r r + \hat{a}_{f1} f_1 + \hat{a}_{f2} f_2$$

Asimismo, se elige la siguiente ley de adaptación:

$$\dot{\hat{a}}_r = -\text{sgn}(b_p) \gamma e r$$

$$\dot{\hat{a}}_{f1} = -\text{sgn}(b_p) \gamma e f_1$$

$$\dot{\hat{a}}_{f2} = -\text{sgn}(b_p) \gamma e f_2$$

Donde:

- $\gamma = 6.5$:Seleccionado por prueba y error.
- $e = x_2 - x_m$

Finalmente, se escoge el modelo de referencia que será utilizado. Se escoge un modelo con un par de polos reales negativos para que la referencia sea críticamente amortiguada. El valor de estos polos fue escogido por prueba y error tomando en cuenta la respuesta que tenga un mejor balance entre tiempo de establecimiento y porcentaje de sobreimpulso. El modelo de referencia obtenido se muestra a continuación:

$$\ddot{x}_m + \dot{x}_m + 0.25x_m = 0.25r$$

A partir de lo expuesto se crea el diagrama de bloques mostrado en la Figura 13

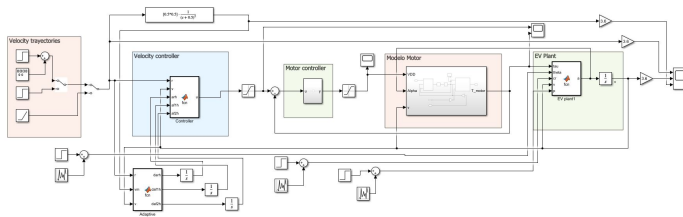


Fig. 13. Diagrama de bloques del sistema con el controlador adaptativo

V. RESULTADOS

Para comprobar el funcionamiento de cada uno de los controladores diseñados, se utilizaron dos referencias, una del tipo square que tiene una elevación inicial del tipo step y una función rampa. La primera fue escogida porque presenta zonas de pendiente negativa que tiene ser un reto para nuestro actuador en cuestión ya que no se dispone de algún freno y la reducción del torque se da debido a la acción de la gravedad. Y la segunda fue escogida porque representa una curva suave y continua que no siempre los actuadores pueden seguirla por sus limitadores.

Para generar una simulación más real y difícil de completar, se utilizaron bloques Step de MATLAB que cambiaban los parámetros como c_r o c_p luego de cierta cantidad de tiempo para observar si los controladores pueden adaptarse a la variación de parámetros.

A. Seguimiento de control para velocidad

Para el control de velocidad utilizando los controladores SMC y Feedback linearization se obtuvieron los resultados mostrados en 14 y 16. Así mismo se utilizaron los siguientes parámetros:

	Valor
a	5
k	10
ϕ	0.1
λ	0.0001

TABLE III

En 14 se aprecia que el feedback linearization ha logrado tener un seguimiento a la referencia más rápido a coste de un mayor overshoot que llega hasta ser inestable en la última secuencia de esa simulación. Por otra parte, el control SMC tiene una respuesta más lenta pero con un comportamiento casi críticamente amortiguado ya que su overshoot es muy reducido. En varios instantes, ambos controladores tienen un error de tracking muy bajo pero este rendimiento lo mantiene el SMC por mucho más tiempo. Adicionalmente, se puede observar cómo las respuestas de ambos controladores varían ligeramente luego del cambio de parámetros para luego llegar a reestabilizarse rápidamente.

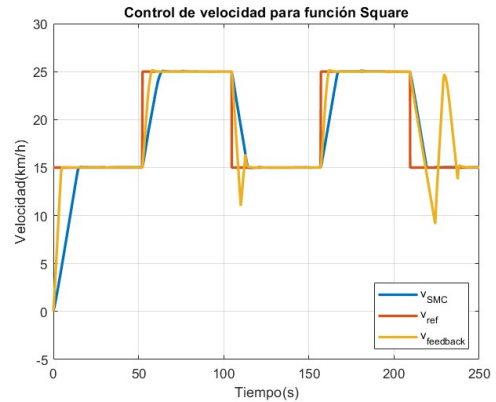


Fig. 14. Seguimiento de referencia de velocidad del tipo Square + Step

En la Figura 15 se puede observar la respuesta obtenida para una entrada de tipo square para el controlador adaptativo. Se puede observar que al vehículo le cuesta bastante poder seguir la referencia impuesta en el arranque. Asimismo, a diferencia de los anteriores controladores, fue necesario aumentar el tiempo de establecimiento en la referencia a seguir ya que para valores menores la respuesta aumentaba considerablemente el porcentaje de sobreimpulso, volviéndose en algunos casos inestable incluso.

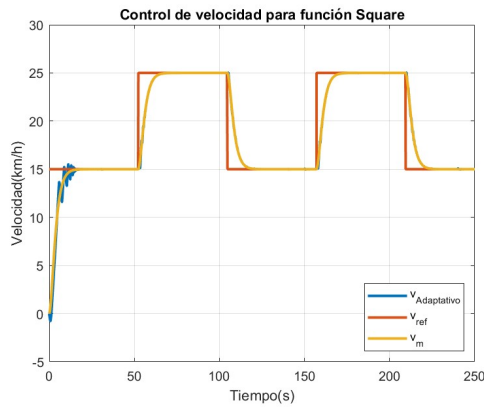


Fig. 15. Seguimiento de referencia de velocidad del tipo Square + Step para controlador adaptativo

En 16 se puede afianzar el buen rendimiento de ambos controladores porque se puede un seguimiento a la rampa casi perfecto y que reacciona mucho mejor ante los cambios de parámetros en este caso para ambos controladores.

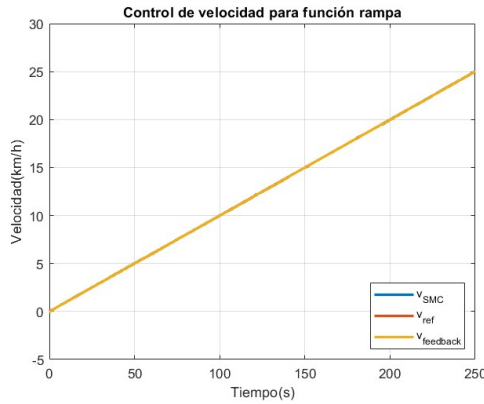


Fig. 16. Seguimiento de referencia de velocidad del tipo Rampa

Finalmente, en la Figura 17 se puede observar la respuesta obtenida para una entrada de tipo rampa con el controlador adaptativo. Al igual que para la referencia de step, al controlador le cuesta bastante seguir la referencia inicial en el arranque. Asimismo, debido al modelo de la referencia se puede observar que la respuesta presenta un desfase de la referencia en todo momento.

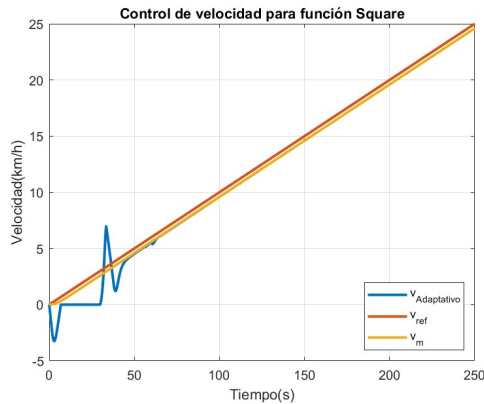


Fig. 17. Seguimiento de referencia de velocidad del tipo Rampa para controlador adaptativo

Los parámetros de rendimiento de control de todas las pruebas anteriores para control de velocidad para cuantificar overshoot, error y tiempo de respuesta se resumen en IV.

TABLE IV
PARÁMETROS DE RENDIMIENTO DE CONTROL

	Square + Step						Rampa
	15 a 25 km/h			25 a 15 km/h			
	$e_{ss}(\%)$	OS%	$T_s(2\%)$	$e_{ss}(\%)$	OS%	$T_s(2\%)$	
SMC	0.01	0.55	10.559 s	0.16	0.10	3.721 s	0.065
Feedback	0.03	1.44	4.911 s	0.09	39.81	9.221 s	0.047
Adaptativo	0	0	11.573 s	0	0	11.392 s	3.627

Asimismo, en la Tabla V se puede observar el resumen de la robustez de los controladores frente al cambio en los parámetros variables del modelo.

Controlador	Nivel Robustez
Feedback	Alto
SMC	Medio
Adaptativo	Alto

TABLE V
NIVEL DE ROBUSTEZ DE LOS CONTROLADORES

Si se deja de lado el tiempo de establecimiento, el controlador adaptativo tiene un mejor rendimiento que los demás en términos de error y overshoot. Sin embargo, cabe destacar que el controlador adaptativo tiene problemas para controlar la velocidad en el arranque, por lo que idealmente se podría usar un controlador híbrido entre Feedback para el arranque, SMC para el cambio de velocidad una vez pasado el arranque y adaptativo cuando se tiene una velocidad constante ya alcanzada para rechazar el cambio en la salida debido a las parámetros variables en el modelo del sistema.

B. Seguimiento de control para torque

Para el control de torque en el motor, se obtuvieron cómo mejores parámetros $P = 2$ y $I = 1$ donde no hay necesidad de utilizar el termino D porque la integral no induce suficiente vibraciones y logra reducir el error en estado estacionario. Los resultados de esta sección tienen dos puntos relevantes a considerar: qué forma tiene la ley de control generada por el controlador de velocidad y si el actuador es capaz de seguir esa ley considerado sus limitaciones físicas. En base a estos dos criterios adicionados a la respuesta misma, se ajustó los parámetros del controlador de velocidad con los objetivos de no presentar rápidas oscilaciones en la ley y que su valor este dentro del margen del actuador según las especificaciones de su manual (-5 Nm a 45 Nm). Inclusive, la inspección de la referencia y respuesta de torque nos puede dar indicios de porque la velocidad medida tiene cierto comportamiento cómo ocurre para la referencia square al final de la simulación.

Ambas características se pueden apreciar en las gráficas 18 y 19. En la primera, se observa ciertos instantes donde la referencia de torque se satura en sus valores positivos y negativos. Esto ocurre sobretodo para el feedback linearization donde en los últimos 50 se genera una referencia que varía muy rápido y que el actuador no puede seguir, lo cual se observó previamente en la respuesta de velocidad.

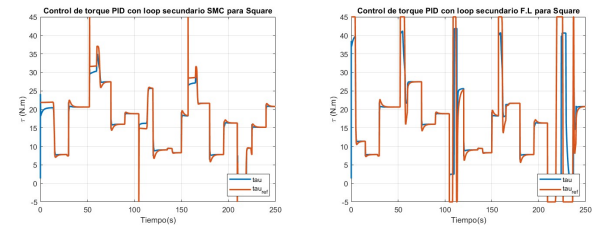


Fig. 18. Seguimiento de referencia de torque del tipo Square+Step

Y en la segunda gráfica, se observa una respuesta casi idéntica para los dos controladores con una referencia suave y sin llegar a saturarse en ningún instante de la simulación. Esto indicaría el porque las respuestas de velocidad de estos controladores se parecen tanto y siguen adecuadamente su respectiva referencia.

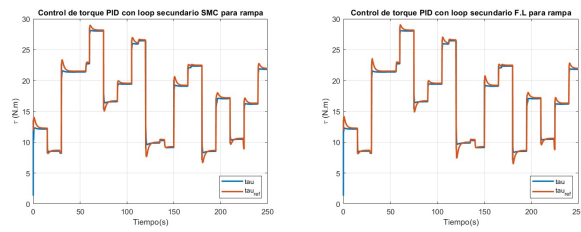


Fig. 19. Seguimiento de referencia de torque del tipo Rampa

Por otro lado, en la Figura 20 se puede observar el torque obtenido y referencial para la función rampa y square de entrada al motor. A diferencia de los anteriores controladores se puede observar que a este le cuesta seguir la referencia de torque en el arranque. Esto se debe a que al inicio para ambas referencias se puede observar que la referencia de torque se encuentra saturando entre sus valor máximo y mínimo, lo cual no es posible seguir al motor debido a la limitaciones de voltaje y corriente impuestas por la batería del vehículo. Por otro lado, se observa que el torque también presenta saturación en cada cambio de velocidad de referencia en el vehículo.

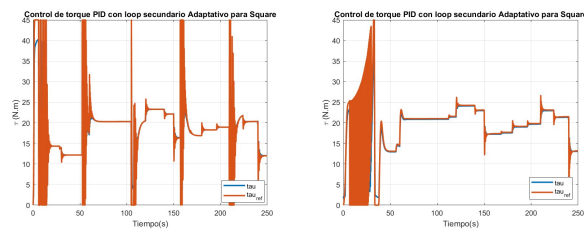


Fig. 20. Seguimiento de referencia de torque para controlador adaptativo

VI. CONCLUSIONES

- Se logró el diseño de un control cascada para un EV y un motor brushless donde el vehículo era representado por una planta no lineal.
- Fueron diseñados 3 tipos de control no lineal (SMC, Feedback y Adaptativo) para control de velocidad del vehículo donde el control adaptativo tienes los resultados más prometedores para la referencia de Step + Square mientras que Feedback linearization obtuvo el mejor desempeño para la referencia Rampa-4.
- Considerando la rapidez y estabilidad al arranque del Feedback y SMC con la robustez ante el cambio de parámetros del Adaptativo, se recomienda un control híbrido entre el SMC integral y el Adaptativo.
- El diseño del controlador no lineal tuvo en consideración la magnitud y velocidad de la señal de torque requerida para que estuviera dentro del rango de trabajo del motor.

REFERENCES

- [1] D. G. Sendrescu, "DC Motor Identification Based on Distributions Method," Ann. Univ. Craiova, vol. 9, no. 36, pp. 41-49, 2012.
- [2] Grin Technologies. (2022, Oct 11). The Grin All Axle Hub Motor [Online]. Available: <https://ebikes.ca/product-info/grin-products/all-axle-hub-motor.html>
- [3] J. A. Becerra-Vargas, F. E. Moreno-García, J. J. Quiroz-Omaña y D. Bautista-Arias, "Estimación de parámetros y modelo de caja negra de un motor CD sin escobillas", Tecno Lógicas, vol. 17, no. 33, pp. 55-64, 2014.
- [4] P. Dobra, "Robust PID controller of BLDC Motor via State Feedback Design," in The 11th Mediterranean Conference on Control and Automation, 2003
- [5] Shell Eco-marathon. (2020, 30 marzo). <https://www.makethefuture.shell/en-gb/shell-eco-marathon>