

# Síntesis y comparación de dos mecanismos de 8 barras para exoesqueletos

Marcelo Contreras\*, Kevin Aubert\*, Andrea Chu\*, Alejandro Del Rio\*

\* UTEC-Universidad de Ingeniería y Tecnología

{marcelo.contreras,kevin.aubert,andrea.chu,alejandro.delrio}@utec.edu.pe

Lima, Peru

**Abstract**—Este trabajo tiene como objetivo sintetizar dos mecanismos de 8 barras para la trayectoria de paso de un pie con el objetivo de diseñar un exoesqueleto que pueda ser utilizado en un programa de rehabilitación física. Ambos mecanismos ocupan el espacio comprendido entre la cadera y el pie con una longitud máxima de 0.8 m. Con la síntesis completada, se realizó el análisis cinemático y dinámico de los dos mecanismos para compararse. Fue determinado que el mecanismo 2 se comportaba mejor en la optimización, sigue la trayectoria una velocidad especificada y es más estable que el mecanismo 1. Dependiendo de los requerimientos del tratamiento de rehabilitación, exoesqueleto deberá ser diseñado tomando uno u otro mecanismo.

**Index Terms**—Mecanismos de 8 barras, Newton-Raphson, Mecanismo andante, Optimización global, Síntesis, Tracker, mecanismo Peaucellier-Lipkin.

## I. INTRODUCCIÓN

Durante muchos años, la silla de ruedas ha sido el producto de apoyo más común para asistir a que las personas con movilidad reducida y logren transportarse. Sin embargo, debido a las limitaciones de las ruedas y al avance de la tecnología, han surgido otras alternativas que buscan mejorar la accesibilidad de las personas discapacitadas. Una de estas alternativas es el exoesqueleto, el cual consiste de un mecanismo externo con un actuador, que asiste al movimiento de las piernas. Esta metodología ha sido adoptada inspirándose en la locomoción animal al ser sistemas fáciles de modelar y que su estudio puede ofrecer una mayor compresión sobre los mecanismos andantes [Abdelmegeed et al.(2019)Abdelmegeed, Lohman, Daher, and Syed], [Chimenti et al.(2018)Chimenti, Frey-Law, and Sluka], [Constans and Dyer(2018)].

En este trabajo se analizarán dos mecanismos andantes de ocho barras para ser implementados como exoesqueletos en programas de rehabilitación física.

El primer mecanismo por analizar es uno de ocho barras de un grado de libertad, desarrollado por [Desai et al.(2019)Desai, Annigeri, and TimmannaGouda]. Este fue basado en el Peaucellier-Lipkin es conocido por ser el primer mecanismo desarrollado para transformar el movimiento angular en una trayectoria totalmente rectilínea. Dentro de ese trabajo se manejan 6 configuraciones de mecanismo que se diferencian por la relación de longitudes entre los links y el tipo de uniones (full o half slider), manteniendo en todos los casos el requerimiento que sea un mecanismo de 1 DOF. A

cada configuración se le fue aplicada un proceso de síntesis para adaptar el mecanismo al movimiento de un pie mediante algoritmos genéticos y minimizando la distancia euclídea entre la trayectoria original con la deseada. Por último, se compara el mecanismo diseñado con otros conocidos como Theo Jhensen's o Klann's donde se afirma que el diseñado es muy mucho más flexible en tareas donde el mecanismo debe adaptarse a una trayectoria del pie. Así mismo, el mecanismo puede generar puede operar en los dos sentidos de rotación y generar el mismo movimiento. El presente estudio utilizará la configuración 6 por su facilidad de estudio.

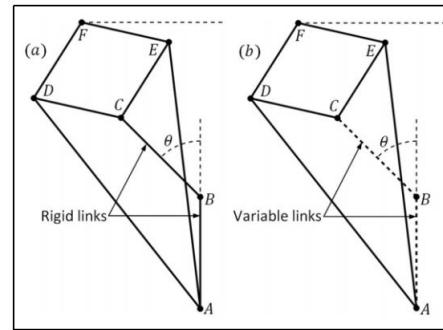


Fig. 1. Geometría del mecanismo 1 basado en el tipo Peaucellier-Lipkin

El segundo mecanismo también fue basado en el tipo Peaucellier-Lipkin, con una configuración de links diferente que permite un movimiento general rectilíneo. De igual manera al anterior, solo necesita 1 DOF para describir su movimiento completamente. No tiene una trayectoria simétrica ante el cambio de sentido de rotación del crank a diferencia del primer mecanismo.

Considerando los dos mecanismos detallados, este trabajo tiene como objetivos sintetizar ambas mecanismos para una trayectoria obtenida mediante el seguimiento de un pie, análisis cinemático y dinámico que permitan describir el comportamiento del mecanismo para que se determine que tipo de rehabilitación física puede utilizarlo.

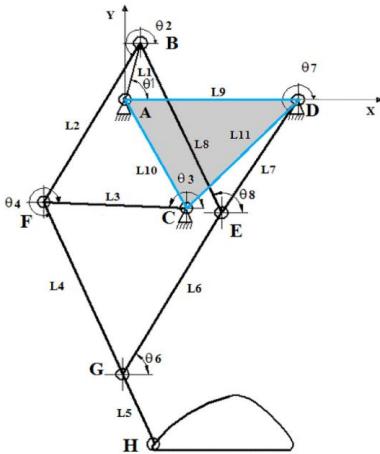


Fig. 2. Geometría del mecanismo 2 basado en el tipo Peaucellier-Lipkin

## II. OBTENCIÓN DE DATA DE TRAYECTORIA

La trayectoria fue generada dentro del programa Tracker a partir de un video móvil que sigue el movimiento de un pie. La duración del video es de 3 segundos y muestra varias repeticiones de una caminata completa. Se tomaron las coordenadas del pie de una sola caminata y se depuró los puntos que no aportaban información adicional sobre el movimiento, en especial al inicio donde se concentran, ya que el pie inicia ahí.

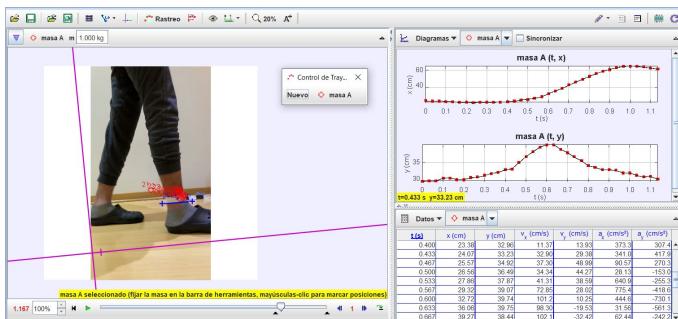


Fig. 3. Interfaz del programa Tracker

El producto conseguido fue un conjunto de 13 coordenadas ( $x, y$ ). Adicionalmente, el programa Tracker puede generar datos de velocidad y aceleración en los dos ejes ortogonales mediante diferencias finitas. Estos serán utilizados para generar perfiles de velocidad y aceleración deseados en el análisis cinemático. La trayectoria obtenida puede apreciarse en 4 y puede ser trasladada en todo el plano cartesiano dependiendo del origen del mecanismo.

TABLE I  
DATOS OBTENIDOS DE LA TRAYECTORIA DESEADA

$t$	$x(cm)$	$y(cm)$	$v_x(cm/s)$	$v_y(cm/s)$	$a_x(cm/s^2)$	$a_y(cm/s^2)$
0.467	25.574	34.920	37.304	48.992	90.573	270.348
0.500	26.561	36.494	34.342	44.269	28.133	-153.014
0.533	27.864	37.871	41.307	38.585	640.875	-255.252
0.567	29.315	39.067	72.847	28.018	775.362	-418.558
0.600	32.720	39.739	101.186	10.247	444.633	-730.076
0.633	36.061	39.750	98.304	-19.533	31.563	-561.280
0.667	39.274	38.437	102.067	-32.421	62.441	-242.215
0.700	42.865	37.588	104.788	-30.180	25.388	40.484
0.733	46.260	36.425	102.067	-32.421	-52.834	-102.238
0.767	49.670	35.427	101.826	-34.903	-30.191	131.743
0.800	53.048	34.098	100.065	-27.218	-257.997	218.199
0.833	56.341	33.612	86.136	-15.850	-419.931	319.751
0.867	58.790	33.041	69.245	-9.206	-372.586	143.408

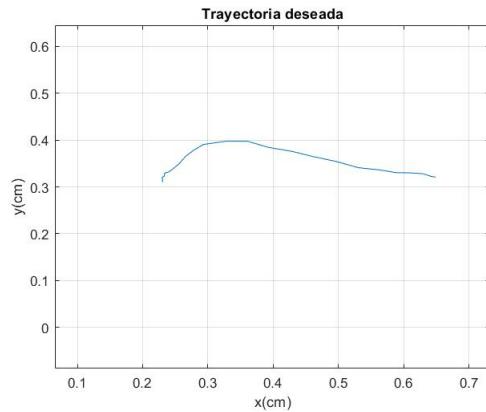


Fig. 4. Trayectoria obtenida del pie

En adición a los puntos coordinados de la trayectoria, se necesitan los ángulos del crank  $\theta_2$  que generan la configuración de mecanismo donde se pasa por el punto deseado. Este procedimiento se realiza modelando el mecanismo en Inventor como estructura plana y fijando los links que no deben moverse. Con cada punto deseado, se mide el ángulo deseado del crack. En caso no exista ángulo posible que permita al mecanismo seguir el punto de la trayectoria, se toma el ángulo que genere la trayectoria más cercana. Cada ángulo deseado es de suma importancia porque repercutirán en el cálculo de posición actual en la función de costo y en la síntesis.

## III. ALGORITMOS DE OPTIMIZACIÓN

Para realizar la optimización se compararán los resultados de diferentes algoritmos, los cuales se pueden clasificar en tres categorías: basados en gradiente, estocásticos y búsqueda por malla.

### A. Algoritmos basados en gradiente

Estos algoritmos utilizan la gradiente como método para encontrar el mínimo al ser esta una magnitud vectorial que apunta en la dirección de mayor tasa de cambio de una función multivariante. Esto permite hacer evaluaciones de la función en esa dirección hasta un máximo o mínimo. La optimización de gradiente acepta fácilmente restricciones lineales, de límites superiores/inferiores o no lineales gracias a los multiplicadores

de Lagrange que restringen el cambio por gradiente. [Coleman and Li(1996)]

Existe un grupo particular de algoritmos basados en gradiente conocidos como algoritmos quasi-Newton. Se caracterizan por emplear la gradiente y la matriz hessiana, una matriz cuadrada con derivadas parciales de segundo grado, incluida en el término de segundo orden de la expansión de Taylor de la función objetivo. Con este término, el problema se adapta mejor en búsquedas no lineales si es que no se le incluyera. Inclusive, se puede aproximar la matriz hessiana para reducir el tiempo de computación. Es por ello, que los algoritmos de MATLAB como *fmincon* implementan métodos de optimización quasi-Newton al ser un método eficiente y rápido. Su principal desventaja es la dependencia sobre los puntos iniciales de búsqueda porque su gradiente puede llevar a la convergencia de un mínimo local y no global. En consecuencia, su uso es recomendado para problemas donde se tenga bien definidos los valores iniciales.

### B. Algoritmos estocásticos

Los algoritmos estocásticos crean una población inicial de forma aleatoria para que comiencen a hacer varias iteraciones de posibles soluciones, donde se discrimina la solución a partir de un fitness score, una función objetivo que incluye la función a minimizar en conjunto con las restricciones. El cambio en cada iteración puede hacerse de múltiples maneras. Por ejemplo, los algoritmos genéticos hacen cruces entre distintas soluciones conocidas como familias para generar una nueva generación que pueda ser rechazada o aceptada según su fitness score. Entre cada cruce, se producen mutaciones que se manifiestan como cambios aleatorios en la información de cada solución [Yang(2021)]. Otra forma de búsqueda de soluciones es la del solucionador enjambre de partículas (*particle swarm*) donde se le asigna velocidades aleatorias a un grupo de partículas puestas en posiciones aleatorias. Es la posición y la dirección de la velocidad lo que determina que tan buena es una solución según las partículas de esa iteración. También, *surrogateopt()* se encuentra en este tipo de algoritmos.

Su principal ventaja es que no son perjudicados por una mala elección de puntos iniciales y se adaptan mejor para los problemas no lineales de búsqueda global. Desafortunadamente, la cantidad de iteraciones de estos algoritmos es de varios órdenes mayores a comparación de los basados en descenso de gradiente y en consecuencia, su tiempo de ejecución es mayor.

### C. Búsqueda por malla

El último tipo es optimización por la búsqueda de una malla de puntos que representa la función multivariable. Es método que no utiliza las técnicas tradicionales como derivadas de alto orden o la inicialización estocástica. Por otro lado, la búsqueda se hace de forma radial entre los puntos próximos del valor inicial y acercándose la solución de cada iteración. Esto permite tener un procesamiento rápido. Así mismo, la búsqueda de puntos puede aplicar a problemas

continuos y discontinuos donde no existe la posibilidad de diferenciarse la función. La evolución de cada solución es caracterizada por un vector que aumenta desde el punto original al nuevo punto seleccionado y se puede interpretar como un patrón. Este método es implementando en MATLAB mediante *patternsearch()* [MAT()].

## IV. ANÁLISIS POSICIÓN

### A. Análisis Posición Mecanismo 1

Los autores [Godoy et al.(2018)Godoy, Campos, Pérez, and Muñoz] hicieron el análisis de posición de este mecanismo tomando el link AB como ground y el punto A como origen de coordenadas, para luego aplicar una transformación homogénea que defina el punto F como origen. Sin embargo, este análisis consideraba dependencias entre las longitudes de los links AD y AE; y CE, DE, DF y EF. Estas dependencias no permitían modificar la trayectoria del mecanismo libremente por lo que se decidió rehacer el análisis de posición con el Método de Newton-Raphson y tomando el punto F como origen.

Primero, se definieron los ángulos asociados a cada link respecto a la horizontal como se muestra en la Figura 5. Se tomará la convención de escribir los vectores unitarios paralelos y normales a cada link denotados como  $e_i$  y  $n_i$  respectivamente. Estos vectores se definen como:

$$e_i = \begin{bmatrix} \cos \theta_i \\ \sin \theta_i \end{bmatrix}, n_i = \begin{bmatrix} -\sin \theta_i \\ \cos \theta_i \end{bmatrix}$$

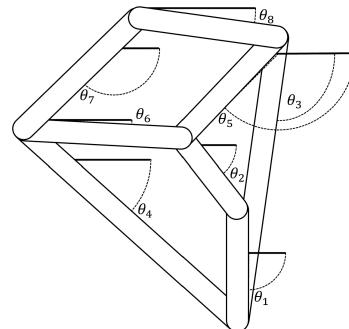


Fig. 5. Ángulos del Mecanismo 1

Haciendo uso de estos vectores unitarios fue posible determinar lazos vectoriales que definen completamente el mecanismo.

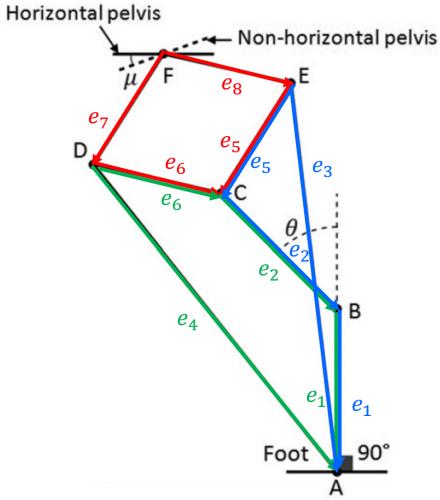


Fig. 6. Lazos vectoriales del Mecanismo 1

De estos lazos se pudieron extraer ecuaciones útiles para el método de Newton-Raphson:

- $L_{EFe_8} + L_{Cee_5} - L_{DFe_7} - L_{CDe_6} = 0$
- $L_{CDe_6} + L_{Bce_2} + L_{ABe_1} - L_{ADE_4} = 0$
- $L_{Cee_5} + L_{Bce_2} + L_{ABe_1} - L_{Aee_3} = 0$

El sistema luego fue resuelto de manera iterativa para  $\theta_3$ ,  $\theta_4$ ,  $\theta_5$ ,  $\theta_6$ ,  $\theta_7$  y  $\theta_8$ .

#### B. Análisis Posición Mecanismo 2

El análisis de posición realizado en este mecanismo sigue la metodología explicada en [Constans and Dyer(2018)]. Nuevamente, se definen las variables del mecanismo que son los ángulos de cada link. Estos se pueden observar en la Figura 7. Donde las variables  $\theta_2, \theta_1$ , y  $\theta_{10}$  son ángulos conocidos; ya que pertenecen al crank con valor variable, al link  $L_{AD}$  con valor constante de  $0^\circ$  y al link  $L_{CD}$  con valor constante de  $120^\circ$  respectivamente. Mientras que los ángulos  $\theta_3, \theta_4, \theta_5, \theta_6, \theta_7$  y  $\theta_8$  son las incógnitas que se deben encontrar.

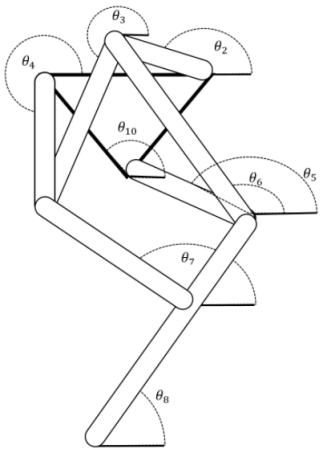


Fig. 7. Ángulos del Mecanismo 2

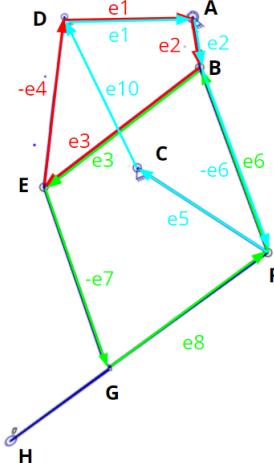


Fig. 8. Lazos vectoriales del Mecanismo 2

El siguiente paso es la determinación de los lazos vectoriales que se muestran en la Figura 8. A partir de los cuales, se extraen las ecuaciones que se muestran a continuación:

- $L_{ABe_2} + L_{BEE_3} - L_{DDE_4} + L_{ADE_1} = 0$
- $L_{BEE_3} - L_{GE_7} + L_{FGe_8} + L_{BFE_6} = 0$
- $L_{ABe_2} - L_{BFE_6} + L_{CFe_5} + L_{CDe_10} + L_{ADE_1} = 0$

Como se tienen 6 ecuaciones y 6 incógnitas es posible resolver el mecanismo. Sin embargo, como los lazos vectoriales utilizados son ecuaciones no lineales se decidió utilizar el método de Newton-Raphson para la resolución de estas. Finalmente, se determina la posición del punto del pie H con la siguiente ecuación:

$$x_H = L_{ABe_2} - L_{BFE_6} - L_{FHe_8}$$

Cabe resaltar que con Newton-Raphson no hay necesidad de definir ecuaciones algebraicas basadas en funciones trigonométricas inversas para cada ángulo por link. Esto facilita en gran medida el análisis de posición y el proceso de optimización.

#### V. SÍNTESIS DE MECANISMOS

La síntesis permite redimensionar el mecanismo dentro de unos límites fijados por el usuario para conseguir una trayectoria más acorde a la experimental. Estos límites o restricciones pueden ser de límite superior, inferior, relaciones lineales, no lineales o desigualdades. En [Godoy et al.(2018)Godoy, Campos, Pérez, and Muñoz] y [Desai et al.(2019)Desai, Annigeri, and TimmanaGouda] se presentan restricciones de límite superior e inferior donde solo [Godoy et al.(2018)Godoy, Campos, Pérez, and Muñoz] contempla restricción no lineal para asegurar que el mecanismo sea Grashof. El trabajo presente utilizará límites superiores e inferiores del  $\pm 20\%$  porque los mecanismos no serán analizados en una rotación completa. Posteriormente, se decidió realizar un análisis con límites de  $\pm 50\%$  debido a que el mecanismo 1 no se optimizó de manera adecuada.

El proceso de síntesis es equivalente a resolver un problema de minimización de una función de costo  $J(x)$ . En múltiples referencias es conocido que para la síntesis de mecanismo se utiliza la función de costo basada en el cuadrado de la distancia euclídea o norma 2 V entre el punto generado  $P$  y el deseado  $P_D$ . Esta misma será utilizada en el presente trabajo.

$$\sum_{i=1}^N \left[ (P_{xD}^i - P_x^i)^2 + (P_{yD}^i - P_y^i)^2 \right]$$

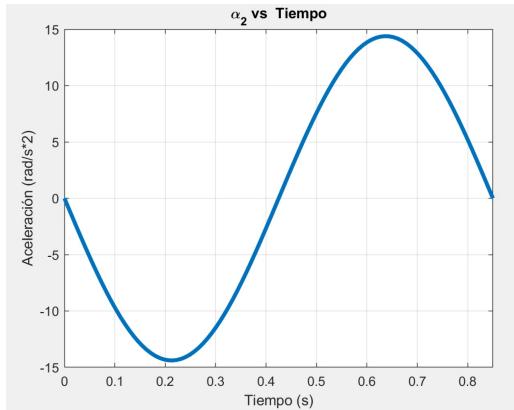


Fig. 10. Gráfica de  $\alpha_2$  y el tiempo

$$\theta_2 = At - \frac{AT}{2\pi} \sin\left(\frac{2\pi t}{T}\right) + \theta_{min}$$

## VI. FUNCIONES PARA EL MOVIMIENTO DEL CRANK

Para poder simular de manera más realista el movimiento de un pie, no se usó una velocidad angular constante para el crank. Se determinó que sería más preciso usar una función seno pues la velocidad angular de la pierna debería comenzar y terminar en 0 imitando un pulso. La ecuación usada se muestra a continuación:

$$\omega_2 = A \left( 1 - \cos\left(\frac{2\pi t}{T}\right) \right),$$

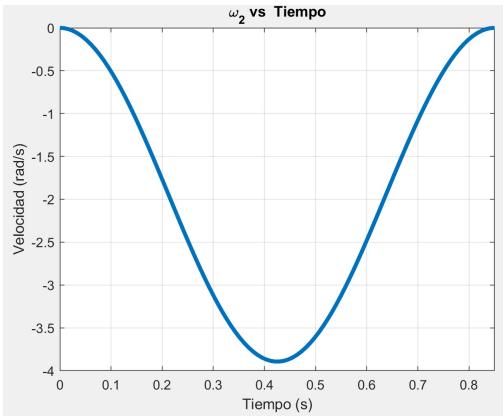


Fig. 9. Gráfica de  $\omega_2$  y el tiempo.

donde  $T$  es el periodo total del movimiento (85 segundos en nuestro caso) y  $A$  es la amplitud del movimiento  $\frac{\theta_{max}-\theta_{min}}{T}$ .

Posteriormente, esta ecuación se derivó y se integró en función del tiempo para hallar  $\alpha_2$  y  $\theta_2$  respectivamente.

$$\alpha_2 = A \frac{2\pi}{T} \sin\left(\frac{2\pi t}{T}\right)$$

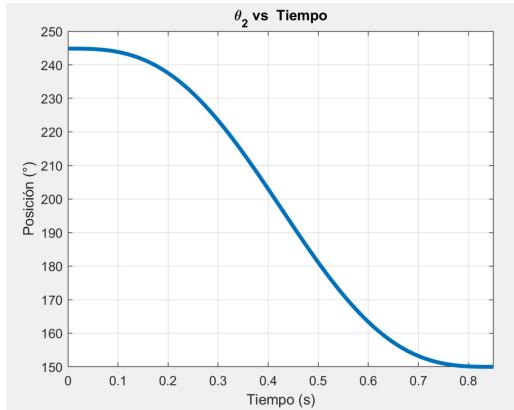


Fig. 11. Gráfica de  $\theta_2$  y el tiempo

## VII. ANÁLISIS VELOCIDAD

### A. Análisis Velocidad Mecanismo 1

Para el análisis de velocidad del mecanismo 1 se derivan las ecuaciones de los 3 lazos vectoriales de la sección IV-A para obtener un sistema de ecuaciones lineal que incluya las velocidades angulares de cada link, mostrado a continuación:

- $L_{EF}\omega_8n_8 + L_{CE}\omega_5n_5 - L_{CD}\omega_6n_6 - L_{DF}\omega_7n_7 = 0$
- $L_{CD}\omega_6n_6 + L_{BC}\omega_2n_2 + L_{AB}\omega_1n_1 - L_{AD}\omega_4n_4 = 0$
- $L_{CE}\omega_5n_5 + L_{BC}\omega_2n_2 + L_{AB}\omega_1n_1 - L_{AE}\omega_3n_3 = 0$

En estas ecuaciones, se pueden observar las siguientes 6 velocidades angulares como incógnitas:  $\omega_3$ ,  $\omega_4$ ,  $\omega_5$ ,  $\omega_6$ ,  $\omega_7$  y  $\omega_8$ . Por otro lado, como se cuenta con 6 ecuaciones lineales el sistema se resolvió de manera matricial.

Finalmente, se determina la velocidad del punto del pie F derivando la ecuación de posición del punto F hallada anteriormente:

$$v_F = L_{EF}\omega_8n_8 + L_{CE}\omega_5n_5 + L_{BC}\omega_2n_2 + L_{AB}\omega_1n_1$$

## B. Análisis Velocidad Mecanismo 2

Para el análisis de velocidad del mecanismo 2 se derivan las ecuaciones de los 3 lazos vectoriales de la sección IV-B para obtener el sistema de ecuaciones lineal que se muestra a continuación:

- $L_{AB}\omega_2n_2 + L_{BE}\omega_3n_3 - L_{DE}\omega_4n_4 = 0$
- $L_{BE}\omega_3n_3 - L_{EG}\omega_7n_7 + L_{FG}\omega_8n_8 + L_{BF}\omega_6n_6 = 0$
- $L_{AB}\omega_2n_2 - L_{BF}\omega_6n_6 + L_{CF}\omega_5n_5 = 0$

En estas ecuaciones, se pueden observar las siguientes 6 velocidades angulares como incógnitas:  $\omega_3$ ,  $\omega_4$ ,  $\omega_5$ ,  $\omega_6$ ,  $\omega_7$  y  $\omega_8$ . Por otro lado, como se cuenta con 6 ecuaciones lineales se arregló el sistema en forma matricial para su resolución.

Finalmente, se determina la velocidad del punto del pie H derivando la ecuación que daba la posición del punto H:

$$v_H = L_{AB}\omega_2n_2 - L_{BF}\omega_6n_6 - L_{FH}\omega_8n_8$$

## VIII. ANÁLISIS ACELERACIÓN

### A. Análisis Aceleración Mecanismo 1

En este caso, se derivan las ecuaciones obtenidas en la sección VII-A para obtener un tercer sistema de ecuaciones lineales que contengan las aceleraciones angulares de cada link el cual se muestra a continuación:

- $L_{EF}\alpha_8n_8 - L_{EF}\omega_8^2e_8 + L_{CE}\alpha_5n_5 - L_{CE}\omega_5^2e_5 - L_{DF}\alpha_7n_7 + L_{DF}\omega_7^2e_7 - L_{CD}\alpha_6n_6 + L_{CD}\omega_6^2e_6 = 0$
- $L_{CD}\alpha_6n_6 - L_{CD}\omega_6^2e_6 + L_{BC}\alpha_2n_2 - L_{BC}\omega_2^2e_2 + L_{AB}\alpha_1n_1 - L_{AB}\omega_1^2e_1 - L_{AD}\alpha_4n_4 + L_{AD}\omega_4^2e_4 = 0$
- $L_{CE}\alpha_5n_5 - L_{CE}\omega_5^2e_5 + L_{BC}\alpha_2n_2 - L_{BC}\omega_2^2e_2 + L_{AB}\alpha_1n_1 - L_{AB}\omega_1^2e_1 - L_{AE}\alpha_3n_3 + L_{AE}\omega_3^2e_3 = 0$

En estas ecuaciones, se pueden observar las siguientes 6 aceleraciones angulares como incógnitas:  $\alpha_3$ ,  $\alpha_4$ ,  $\alpha_5$ ,  $\alpha_6$ ,  $\alpha_7$  y  $\alpha_8$ . Por otro lado, como se cuenta con 6 ecuaciones lineales el sistema se pudo resolver de manera matricial.

Finalmente, se determina la aceleración del punto del pie F derivando la ecuación hallada en la sección VII-A:

$$a_H = L_{EF}\alpha_8n_8 - L_{EF}\omega_8^2e_8 + L_{CE}\alpha_5n_5 - L_{CE}\omega_5^2e_5 + L_{BC}\alpha_2n_2 - L_{BC}\omega_2^2e_2 + L_{AB}\alpha_1n_1 - L_{AB}\omega_1^2e_1$$

### B. Análisis Aceleración Mecanismo 2

En este caso, se derivan las ecuaciones obtenidas en la sección VII-B para obtener el sistema de ecuaciones lineal que se muestra a continuación:

- $L_{AB}\alpha_2n_2 - L_{AB}\omega_2^2e_2 + L_{BE}\alpha_3n_3 - L_{BE}\omega_3^2e_3 - L_{DE}\alpha_4n_4 + L_{DE}\omega_4^2e_4 = 0$
- $L_{BE}\alpha_3n_3 - L_{BE}\omega_3^2e_3 - L_{EG}\alpha_7n_7 + L_{EG}\omega_7^2e_7 + L_{FG}\alpha_8n_8 - L_{FG}\omega_8^2e_8 + L_{BF}\alpha_6n_6 - L_{BF}\omega_6^2e_6 = 0$
- $L_{AB}\alpha_2n_2 - L_{AB}\omega_2^2e_2 - L_{BF}\alpha_6n_6 + L_{BF}\omega_6^2e_6 + L_{CF}\alpha_5n_5 - L_{CF}\omega_5^2e_5 = 0$

En estas ecuaciones, se pueden observar las siguientes 6 aceleraciones angulares como incógnitas:  $\alpha_3$ ,  $\alpha_4$ ,  $\alpha_5$ ,  $\alpha_6$ ,  $\alpha_7$  y  $\alpha_8$ . Por otro lado, como se cuenta con 6 ecuaciones lineales se arregló el sistema en forma matricial para su resolución.

y  $\alpha_8$ . Por otro lado, como se cuenta con 6 ecuaciones lineales se arregló el sistema en forma matricial para su resolución.

Finalmente, se determina la aceleración del punto del pie H derivando la ecuación que daba la velocidad del punto H:

$$a_H = L_{AB}\alpha_2n_2 - L_{AB}\omega_2^2e_2 - L_{BF}\alpha_6n_6 + L_{BF}\omega_6^2e_6 - L_{FH}\alpha_8n_8 + L_{FH}\omega_8^2e_8$$

## IX. ANÁLISIS CINÉTICO

### X. ANÁLISIS CINÉTICO DEL MECANISMO 1

Para el análisis cinético del mecanismo 1 primero se realizaron los Diagramas de Cuerpo Libre de cada uno de los links que se muestran en las Figuras 12, 13, 14 y 15. Donde las fuerzas  $W_n$  representan los pesos de cada link y la fuerza  $F_P$  representa el peso de la pierna cuya masa fue tomada en 15kg. A partir de estos diagramas, se realiza la sumatoria de fuerzas en cada uno de los links obteniéndose las siguientes ecuaciones:

- $F_{8F} + W_8 + F_{8E} = m_8a_8$
- $F_{7F} + W_7 + F_{7D} = m_7a_7$
- $F_{6D} + W_6 + F_{6C} = m_6a_6$
- $F_{5E} + W_5 + F_{5C} = m_5a_5$
- $F_{4A} + W_4 + F_{4D} = m_4a_4$
- $F_{3A} + W_3 + F_{3E} = m_3a_3$
- $F_{2C} + W_2 + F_B = m_2a_2$
- $F_{1A} + W_1 - F_B = m_1a_1$

Asimismo, se realiza la sumatoria de torques en cada uno de los links. Se consideran los vectores:

$$s_{ni} = \begin{bmatrix} -r_{ni}(2) \\ r_{ni}(1) \end{bmatrix}$$

donde  $r_{ni}$  es el vector del centro de gravedad del link  $n$  al pin  $i$ . De esta manera se obtienen las siguientes ecuaciones:

- $S_{8F} \cdot F_{8F} + S_{8E} \cdot F_{8E} = I_8\alpha_8$
- $S_{7F} \cdot F_{7F} + S_{7D} \cdot F_{7D} = I_7\alpha_7$
- $S_{6C} \cdot F_{6C} + S_{6D} \cdot F_{6D} = I_6\alpha_6$
- $S_{5C} \cdot F_{5C} + S_{5E} \cdot F_{5E} = I_5\alpha_5$
- $S_{4A} \cdot F_{4A} + S_{4D} \cdot F_{4D} = I_4\alpha_4$
- $S_{3A} \cdot F_{3A} + S_{3E} \cdot F_{3E} = I_3\alpha_3$
- $S_{2C} \cdot F_{2C} + S_{2B} \cdot F_B + T_1 = I_2\alpha_2$
- $S_{1A} \cdot F_{1A} - S_{1B} \cdot F_B + T_2 = I_1\alpha_1$

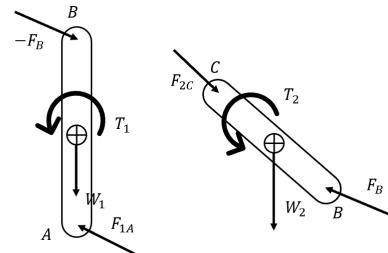


Fig. 12. DCL de los links 1 (AB) y 2 (BC) del Mecanismo 1

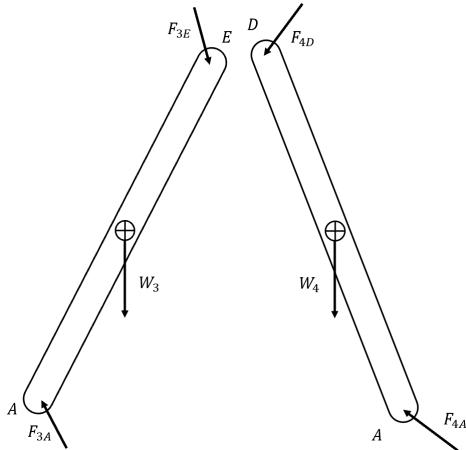


Fig. 13. DCL de los links 3 (AE) y 4 (AD) del Mecanismo 1

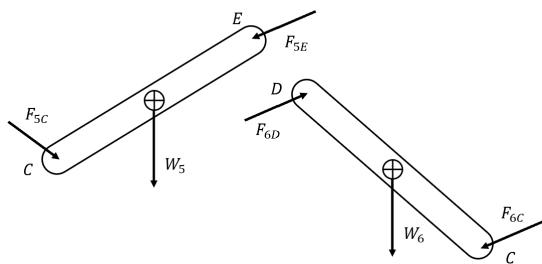


Fig. 14. DCL de los links 5 (CE) y 6 (CD) del Mecanismo 1

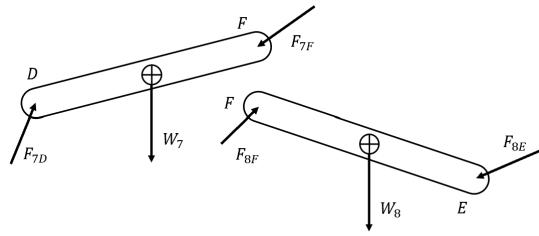


Fig. 15. DCL de los links 7 (DF) y 8 (EF) del Mecanismo 1

Además, también se elaboran los Diagramas de Cuerpo Libre de los pinos en los cuales concurren 3 links. Estos se muestran en la Figura 16. A partir de estos y tomando en cuenta que la masa de los pinos es despreciable, se realiza la sumatoria de fuerzas en cada unión obteniéndose las siguientes ecuaciones:

- $F_{4A} + F_{3A} + F_{1A} = -F_P$
- $F_{6C} + F_{5C} + F_{2C} = 0$
- $F_{6D} + F_{7D} + F_{4D} = 0$
- $F_{3E} + F_{8E} + F_{5E} = 0$
- $F_{7F} + F_F + F_{8F} = 0$

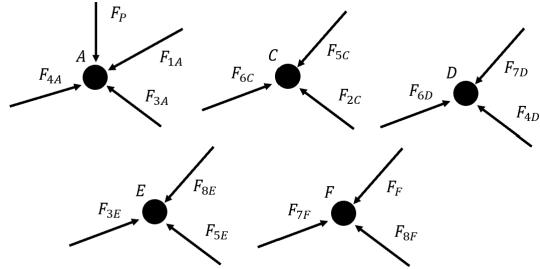


Fig. 16. DCL de los pinos A, C, D, E y F del Mecanismo 1

Por otro lado, de las 34 ecuaciones obtenidas de las sumatorias de fuerzas y torques se tienen las siguientes 34 incógnitas (recordando que cada fuerza tiene componentes en X e Y):

$$F_{8F}, F_{8E}, F_{7F}, F_{7D}, F_{6D}, F_{6C}, F_{5E}, F_{5C}, F_{4D}, F_{4A}, F_{3E}, F_{3A}, F_{2C}, F_B, F_{1A}, F_F, T_2 \text{ y } T_1$$

Finalmente, como se tienen la misma cantidad de ecuaciones e incógnitas se resuelve el sistema ordenándolo en forma matricial para poder obtener el torque  $T_2$  necesario en el crank.

## XI. ANÁLISIS CINÉTICO DEL MECANISMO 2

Lo primero que se realizó en el análisis cinético del mecanismo 2 fueron los Diagramas de Cuerpo Libre de cada uno de los links que se muestran en las Figuras 17, 18 y 19. Donde las fuerzas  $W_n$  representan los pesos de cada link y la fuerza  $F_H$  representa el peso de la pierna cuya masa fue tomada en 15kg. A partir de estos diagramas, se realiza la sumatoria de fuerzas en cada uno de los links obteniéndose las siguientes ecuaciones:

- $F_A + F_{2B} + W_2 = m_2 a_2$
- $F_{3B} + F_{3E} + W_3 = m_3 a_3$
- $F_D + F_{4E} + W_4 = m_4 a_4$
- $F_C + F_{5F} + W_5 = m_5 a_5$
- $F_{6B} + F_{6F} + W_6 = m_6 a_6$
- $F_{7E} + F_G + W_7 = m_7 a_7$
- $F_{8F} + F_H + F_G + W_8 = m_8 a_8$

Asimismo, se realiza la sumatoria de torques en cada uno de los links obteniéndose las siguientes ecuaciones:

- $S_{2A}.F_A + S_{2B}.F_{2B} + T = I_2 \alpha_2$
- $S_{3B}.F_{3B} + S_{3E}.F_{3E} = I_3 \alpha_3$
- $S_{4D}.F_D + S_{4E}.F_{4E} = I_4 \alpha_4$
- $S_{5C}.F_C + S_{5F}.F_{5F} = I_5 \alpha_5$
- $S_{6B}.F_{6B} + S_{6F}.F_{6F} = I_6 \alpha_6$
- $S_{7E}.F_{7E} + S_{7G}.F_G = I_7 \alpha_7$
- $S_{8F}.F_{8F} + S_{8H}.F_H + S_{8G}.F_G = I_8 \alpha_8$

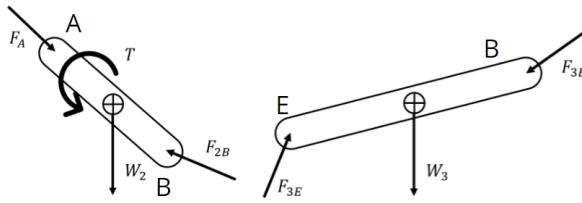


Fig. 17. DCL de los links 2 (AB) y 3 (BE) del Mecanismo 2

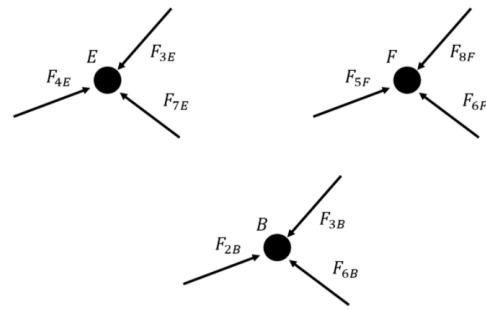


Fig. 20. DCL de los pines B, E y F del Mecanismo 2

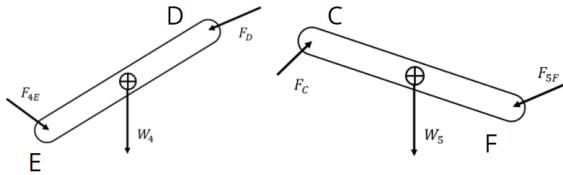


Fig. 18. DCL de los links 4 (DE) y 5 (CF) del Mecanismo 2

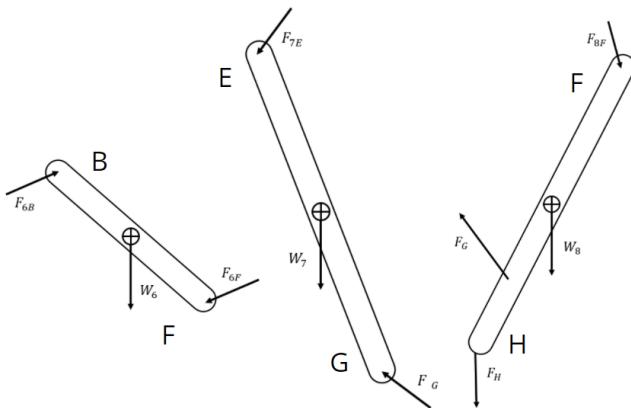


Fig. 19. DCL de los links 6 (BF), 7 (EG) y 8 (FH) del Mecanismo 2

Asimismo, también se elaboran los Diagramas de Cuerpo Libre de los pines en los cuales concurren 3 links. Estos se muestran en la Figura 20. A partir de estos y tomando en cuenta que la masa de los pines es despreciable, se realiza la sumatoria de fuerzas en cada unión obteniéndose las siguientes ecuaciones:

- $F_{2B} + F_{3B} + F_{6B} = 0$
- $F_{3E} + F_{4E} + F_{7E} = 0$
- $F_{5F} + F_{6F} + F_{8F} = 0$

Por otro lado, de las 27 ecuaciones obtenidas de las sumatorias de fuerzas y torques se tienen las siguientes 27 incógnitas (recordando que cada fuerza tiene componentes en X e Y):

$F_A, F_{2B}, F_{3B}, F_{6B}, F_C, F_D, F_{3E}, F_{4E}, F_{7E}, F_{5F}, F_{6F}, F_G$  y  $T$ .

Finalmente, como se tienen la misma cantidad de ecuaciones e incógnitas se resuelve el sistema ordenándolo en forma matricial para poder obtener el torque  $T$  necesario en el crank.

## XII. RESULTADOS Y ANÁLISIS

### A. Síntesis del Mecanismo 1

Los resultados de la optimización del mecanismo 1 se dividen en la reducción de la función costo para los distintos solvers y sus respectivos tiempos. Para observar como responde la optimización ante un problema más complejo, la trayectoria fue construida con 3,5,10 y 13 puntos que caracterizan las secciones más importantes de la trayectoria.

TABLE II  
COSTO INICIAL Y FINAL PARA SÍNTESIS DE MECANISMO 1 (3 Y 5 PUNTOS) CON 20% DE VARIACIÓN

Solver	3 puntos		5 puntos	
	Costo Inicial	Costo Final	Costo Inicial	Costo Final
fmincon	0,10735	<b>0,045467</b>	0,1713	0,087476
patternsearch	0,10735	0,06247	0,1713	0,1713
ga	0,10735	0,049	0,1713	0,06812
particleswarm	0,10735	0,051976	0,1073	<b>0,066</b>
surrogate(400 iteraciones)	0,10735	0,052519	0,1713	0,09033

TABLE III  
COSTO INICIAL Y FINAL PARA SÍNTESIS DE MECANISMO 1 (10 Y 13 PUNTOS) CON 20% DE VARIACIÓN

Solver	10 puntos		13 puntos	
	Costo Inicial	Costo Final	Costo Inicial	Costo Final
fmincon	0,33408	0,28395	0,45682	0,28395
patternsearch	0,33408	0,16056	0,45682	0,28153
ga	0,33408	0,12807	0,45682	<b>0,2053</b>
particleswarm	0,33408	<b>0,1263</b>	0,45682	0,2059
surrogate(400 iteraciones)	0,33408	0,15746	0,45682	0,2726

Las tablas II y III muestran que el algoritmo fmincon tiene el mejor desempeño para 3 puntos y conforme se aumenta la cantidad de puntos, particleswarm logra un desempeño

mejor. Adicionalmente, se observa que el costo final no logra reducirse a comparación del costo inicial. Se resalta que los costos finales para una trayectoria de 13 puntos son aproximadamente la mitad del costo inicial.

TABLE IV  
DIMENSIONES OPTIMIZADAS DEL MECANISMO 1 CON 20% DE VARIACIÓN

Link	Dimensiones(m)
AB	0,1990
BC	0,1650
AD	0,6600
AE	0,6199
CD	0,3300
CE	0,2944
DF	0,1980
EF	0,2622

Las dimensiones, como es de esperarse, variaron con un máximo del 20%.

TABLE V  
TIEMPO DE EJECUCIÓN DE OPTIMIZACIÓN POR SOLVER Y CANTIDAD DE PUNTOS PARA MECANISMO 1 CON 20% DE VARIACIÓN

Solver	Tiempo(s)			
	3 puntos	5 puntos	10 puntos	13 puntos
fmincon	1,0629	0,6504	0,8331	1,5544
patternsearch	0,7314	0,5258	6,7544	1,0488
ga	15,2592	26,0227	68,6752	180,6076
particleswarm	7,0453	12,8957	30,6749	68,2005
surrogate(200 iteraciones)	40,1739	34,1391	45,2456	49,0487

Con respecto al tiempo de ejecución, el aumento de puntos de trayectoria no necesariamente significa que el algoritmo se demore más. Tanto patternsearch y fmincon muestran ello al no tener el máximo tiempo para los 13 puntos o tienen un resultado muy cercano con menos puntos. No se puede incluir en este grupo a Surrogate porque la cantidad de iteraciones fue la misma para cada caso. El algoritmo que si tiene un crecimiento proporcional con los puntos en su tiempo de ejecución fue algoritmos genéticos llegando a demorarse 180 segundos en su caso más complejo.

En vista que la optimización de este mecanismo para variación del 20% no llegó a los resultados deseados, se incrementó el rango de búsqueda de soluciones.

TABLE VI  
COSTO INICIAL Y FINAL PARA SÍNTESIS DE MECANISMO 1 (3 Y 5 PUNTOS) CON 50% DE VARIACIÓN

Solver	3 puntos		5 puntos	
	Costo Inicial	Costo Final	Costo Inicial	Costo Final
fmincon	0,10735	<b>0,049658</b>	0,1713	0,068381
patternsearch	0,10735	0,062342	0,1713	0,091116
ga	0,10735	0,052949	0,1713	0,12202
particleswarm	0,10735	0,049124	0,1713	<b>0,039985</b>
surrogate(200 iteraciones)	0,10735	0,061509	0,1713	0,084326

En este nuevo grupo de resultados, algoritmos genéticos ocupó el lugar de patternsearch como el algoritmo que reduce más la función de costo para los casos con más de 5 puntos. Sus resultados tienen una diferencia significativa con el costo final de otros algoritmos exceptuando el caso de 3 y 5

TABLE VII  
COSTO INICIAL Y FINAL PARA SÍNTESIS DE MECANISMO 1 (10 Y 13 PUNTOS) CON 50% DE VARIACIÓN

Solver	10 puntos		13 puntos	
	Costo Inicial	Costo Final	Costo Inicial	Costo Final
fmincon	0,33408	0,10269	0,45682	0,091407
patternsearch	0,33408	0,17261	0,45682	0,28395
ga	0,33408	<b>0,10023</b>	0,45682	<b>0,111</b>
particleswarm	0,33408	0,1471	0,45682	0,18189
surrogate(200 iteraciones)	0,33408	0,21413	0,45682	0,30502

puntos. Para todos los casos, el costo final fue menor en comparación al rango de variación 20%, lo cual confirma una mejor optimización para este ajuste.

TABLE VIII  
TIEMPO DE EJECUCIÓN DE OPTIMIZACIÓN POR SOLVER Y CANTIDAD DE PUNTOS CON 50% DE VARIACIÓN EN MECANISMO 1

Solver	Tiempo(s)			
	3 puntos	5 puntos	10 puntos	13 puntos
fmincon	<b>0,718</b>	<b>0,733</b>	<b>0,996</b>	<b>1,6797</b>
patternsearch	1,173	0,752	6,275	2,5712
ga	43,652	17,640	176,029	565
particleswarm	10,452	38,717	57,123	283,710
surrogate(200 iteraciones)	42,435	40,920	34,751	36,061

Con una mejor reducción de la función de costo, aparece un mayor tiempo de procesamiento en los algoritmos de PatternSearch, algoritmos genéticos y ParticleSwarm. El peor escenario es un aumento del triple entre 20% y 50% de variación para algoritmos genéticos.

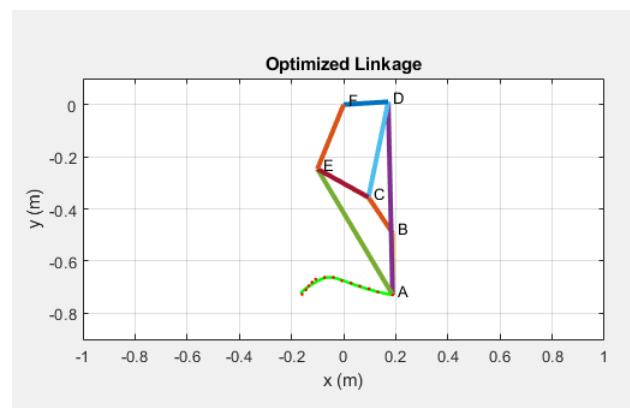


Fig. 21. Mejor resultado de optimización de mecanismo 1

La figura 21 es una comprobación gráfica de que se logró realizar la optimización para la trayectoria deseada para el mejor caso correspondiente a algoritmos genéticos para 13 puntos.

#### B. Síntesis del Mecanismo 2

De igual manera a la sección anterior, se presentan los resultados del mecanismo 2.

En este mecanismo con 20% de variación, el mejor desempeño en promedio fue obtenido por el solver fmincon con un costo final mucho menor al mecanismo 1. Si bien, la trayectoria de 13 puntos se pudo obtener con mayor precisión

TABLE IX

COSTO INICIAL Y FINAL PARA SÍNTESIS DE MECANISMO 2 (3 Y 5 PUNTOS) CON 20% DE VARIACIÓN

Solver	3 puntos		5 puntos	
	Costo Inicial	Costo Final	Costo Inicial	Costo Final
fmincon	0,0269	<b>0,0000</b>	0,0338	<b>0,0147</b>
patternsearch	0,0269	0,0194	0,0338	0,0214
ga	0,0269	0,0034	0,0338	0,0155
particleswarm	0,0269	0,0036	0,0338	0,0193
surrogate(200 iteraciones)	0,0269	0,0164	0,0338	0,0247

TABLE X

COSTO INICIAL Y FINAL PARA SÍNTESIS DE MECANISMO 2 (10 Y 13 PUNTOS) CON 20% DE VARIACIÓN

Solver	10 puntos		13 puntos	
	Costo Inicial	Costo Final	Costo Inicial	Costo Final
fmincon	0,0644	<b>0,0343</b>	0,1090	0,0505
patternsearch	0,0644	0,0442	0,1090	0,0628
ga	0,0644	0,0404	0,1090	0,0552
particleswarm	0,0644	0,0343	0,1090	<b>0,0501</b>
surrogate(200 iteraciones)	0,0644	0,0476	0,1090	0,0645

al utilizar particleswarm, la diferencia respecto a fmincon no es significativa.

TABLE XI

DIMENSIONES OPTIMIZADAS DEL MECANISMO 2 CON 20% DE VARIACIÓN

Link	Dimensiones(m)
AB	0,1242
BE	0,4462
DE	0,3479
AD	0,3500
EG	0,4373
FG	0,4128
BF	0,4383
CF	0,3783
CD	0,3300
GH	0,2175
<b>Ángulo</b> <b>(rad)</b>	
$\theta_{10}$	2,0944

TABLE XIII

COSTO INICIAL Y FINAL PARA SÍNTESIS DE MECANISMO 2 (3 Y 5 PUNTOS) CON 50% DE VARIACIÓN

Solver	3 puntos		5 puntos	
	Costo Inicial	Costo Final	Costo Inicial	Costo Final
fmincon	0,0269	<b>0,0000</b>	0,0338	<b>0,0145</b>
patternsearch	0,0269	0,0181	0,0338	0,0213
ga	0,0269	<b>0,0269</b>	0,0338	<b>0,0531</b>
particleswarm	0,0269	0,0269	0,0338	0,0826
surrogate(200 iteraciones)	0,0269	0,0143	0,0338	0,0338

TABLE XIV

COSTO INICIAL Y FINAL PARA SÍNTESIS DE MECANISMO 2 (10 Y 13 PUNTOS) CON 50% DE VARIACIÓN

Solver	10 puntos		13 puntos	
	Costo Inicial	Costo Final	Costo Inicial	Costo Final
fmincon	0,0644	<b>0,0339</b>	0,1090	<b>0,0457</b>
patternsearch	0,0644	0,0417	0,1090	0,0608
ga	0,0644	<b>0,0324</b>	0,1090	<b>0,0519</b>
particleswarm	0,0644	0,0350	0,1090	<b>0,0452</b>
surrogate(200 iteraciones)	0,0644	0,0461	0,1090	0,0675

Finalmente, el aumento de variación favorece el tiempo de ejecución del solver algoritmos genéticos para su peor caso (13 puntos). Para los demás, se ven incrementos importantes de hasta 3 veces a comparación de los resultados anteriores. Aparte, los tiempos de ejecución del mecanismo 2 para este caso son menores frente al mecanismo 1.

TABLE XV

TIEMPO DE EJECUCIÓN DE OPTIMIZACIÓN POR SOLVER Y CANTIDAD DE PUNTOS CON 50% DE VARIACIÓN EN MECANISMO 2

Solver	Tiempo(s)			
	3 puntos	5 puntos	10 puntos	13 puntos
fmincon	<b>3,218</b>	<b>2,705</b>	<b>3,554</b>	<b>3,862</b>
patternsearch	6,875	10,273	24,281	18,094
ga	90,215	42,610	284,428	184,423
particleswarm	21,298	21,055	102,013	222,384
surrogate(200 iteraciones)	18,279	17,453	18,597	19,213

TABLE XII

TIEMPO DE EJECUCIÓN DE OPTIMIZACIÓN POR SOLVER Y CANTIDAD DE PUNTOS CON 20% DE VARIACIÓN EN MECANISMO 2

Solver	Tiempo(s)			
	3 puntos	5 puntos	10 puntos	13 puntos
fmincon	<b>2,62994</b>	<b>1,54831</b>	<b>1,72429</b>	<b>2,59183</b>
patternsearch	4,11331	7,36751	9,95233	13,55530
ga	28,07059	90,46754	60,84122	344,94835
particleswarm	9,16354	6,00051	101,88283	77,84693
surrogate(200 iteraciones)	25,60588	21,57845	20,63109	20,43882

A diferencia del mecanismo 1, el tiempo de ejecución de este mecanismo es mucho mayor para todos los casos. Nuevamente, no hay una correlación directa entre cantidad de puntos y tiempo ejecución para el algoritmo de fmincon y sí para otros algoritmos, en especial, algoritmos genéticos.

Al momento de aumentar el rango de variación, no se aprecia un cambio importante el costo final obtenido para los diferentes puntos. Y aun cuando otros algoritmos ocupan el mejor desempeño que antes poseía fmincon, la diferencia de costo final no es significativa.

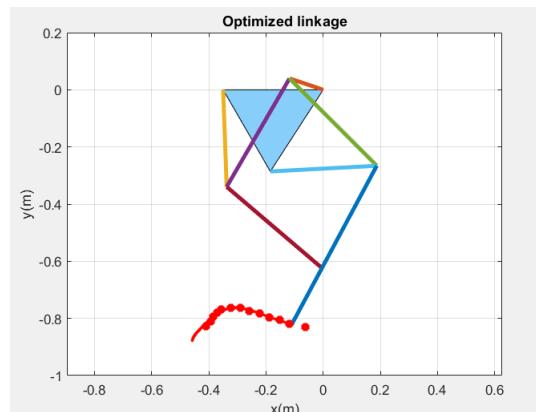


Fig. 22. Mejor resultado de optimización de mecanismo 2

#### C. Análisis de los Resultados de Optimización

Se observó que el desempeño de los algoritmos de optimización fue diferente para ambos mecanismos a causa de las condiciones iniciales diferentes. Por un lado, el mecanismo

1 no contaba con condiciones iniciales óptimas debido a que su trayectoria inicial seguía una forma parabólica. Por otro lado, el mecanismo 2 tenía una mejor trayectoria inicial, que se asemeja a la trayectoria deseada.

Para una variación de  $\pm 20\%$ , al optimizar el mecanismo 1, se obtuvo mejores resultados utilizando el algoritmo Particle Swarm y el algoritmo genético los cuales son estocásticos. Esto ocurre porque los puntos iniciales para estos métodos no penalizan la búsqueda como en los basados en gradiente porque el resultado depende de estos. Esto se puede apreciar conforme la optimización se vuelve más compleja al considerar más puntos al ver que los algoritmos estocásticos tienen menor costo. No obstante, el rango de búsqueda limitado por la variación no permite que los algoritmos puedan seguir haciendo iteraciones y, por lo tanto, el mecanismo 1 optimizado no ha logrado imitar la trayectoria deseada del todo. Respecto al tiempo de la optimización del mecanismo 1, debe considerarse que el algoritmo termina abruptamente al no encontrar soluciones en el rango de confianza por defecto así que es de esperarse que se consuma menos tiempo para este mecanismo no optimizado en su totalidad.

Por el contrario, al optimizar el mecanismo 2 se obtuvo mejores resultados con fmincon. Ya que este algoritmo es basado en gradiente y utilizó las condiciones iniciales ya óptimas, pudo reducir la función de costo en gran medida. Este mecanismo si logró optimizarse de manera adecuada. Los algoritmos estocásticos también pudieron optimizar el mecanismo con un costo ligeramente mayor. No obstante, la cantidad de recursos que utilizan traducida en su tiempo de ejecución superan por mucho el tiempo de procesamiento de fmincon o patternsearch. Esto ocurre al no considerar la información importante de los puntos iniciales y ocasiona que los saltos estocásticos sean alejados de la solución óptima en una búsqueda ya cercana a la solución.

Al optimizar con  $\pm 50\%$  de variación, sí se logró optimizar ambos mecanismos y se verificó lo hallado en la optimización anterior. El mecanismo 1 obtuvo mejores resultados con el algoritmo de Particle Swarm. Sin embargo, también obtuvo buenos resultados con fmincon, ya que el mayor rango de variación le permitió que se optimice más fácilmente. Para el mecanismo 2 se observa que obtuvo los mejores resultados con fmincon, pero al extender los límites tiene mayor dificultad en optimizarse.

El cambio de variación a  $\pm 50\%$  permitió que la búsqueda de soluciones por GA y particleswarm en el mecanismo 1 encuentre la trayectoria óptima a pesar de las malas condiciones iniciales. Esta variación no es siempre deseable porque un aumento del  $50\%$  podría influir en la cantidad material utilizada y el costo de construir el mecanismo para rehabilitación. Cabe resaltarse, que este aumento de la zona de búsqueda también mejora los resultados de fmincon porque las condiciones iniciales no es su única información de entrada sobre el problema. Como en este caso, los algoritmos no son interrumpidos por la región de confianza, el tiempo de procesamiento aumenta.

En otras palabras, existe un intercambio de rendimiento entre tiempo y precisión de la trayectoria con esta variación.

Por otro lado, el mecanismo 2 no sufre variaciones importantes en el costo final para las distintas trayectorias ni en su tiempo al permitir cambios de  $\pm 50\%$  en la longitud. Es sencillo deducir que ocurre porque el problema ya era optimizables para restricciones más exigentes.

Finalmente, el algoritmo surrogate resultados similares en costo final a patternsearch para ambos mecanismos y variaciones. El tiempo de ejecución es uniforme en las distintas cantidades de puntos porque se permite detener el algoritmo en una iteración en particular. Para estandarizar los resultados, se paró el algoritmo a las 200 iteraciones. Este comportamiento demuestra que si se controla adecuadamente las iteraciones de un algoritmo estocástico, se pueden considerar resultados aceptables sin consumir muchos recursos computacionales.

#### *D. Análisis cinemático de mecanismos*

Como se puede ver en la Figura 23, ambos mecanismos siguen con un ligero error la velocidad medida de manera experimental. Asimismo, se puede observar que el mecanismo 2 es el que se comporta de manera más similar a la velocidad experimental. Por otro lado, el mecanismo 1 tiene un ligero pico alrededor de los 0.5 segundos. Otro detalle a destacar, es que para todo el intervalo de tiempo tomado, el mecanismo 1 tiene un mayor módulo de velocidad que el mecanismo 2.

Pasando a la gráfica de 24, se puede ver la aceleración del pie en ambos mecanismos y en la data experimental. Nuevamente, ambos mecanismos se comportan dentro de lo esperado de manera general, sin embargo, en este caso el sobre pico del mecanismo 1 es bastante más pronunciado y se da casi una décima de segundo antes que en la gráfica de velocidad. Asimismo, al igual que en el módulo de velocidad, el mecanismo 2 es el que más se aproxima a la data experimental.

Finalmente, cabe destacar que este sobreimpulso obtenido en las gráficas de velocidad y aceleración del mecanismo 1 se podría reducir aumentando el tiempo del movimiento usado para obtener las ecuaciones de la sección VI. Ya que cabe destacar que la amplitud de la velocidad y de la aceleración son inversamente proporcionales a este parámetro.

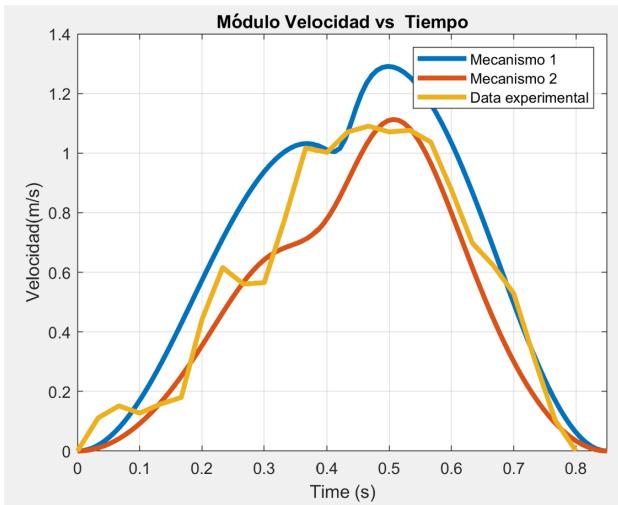


Fig. 23. Gráfica Velocidad vs Tiempo de los mecanismos

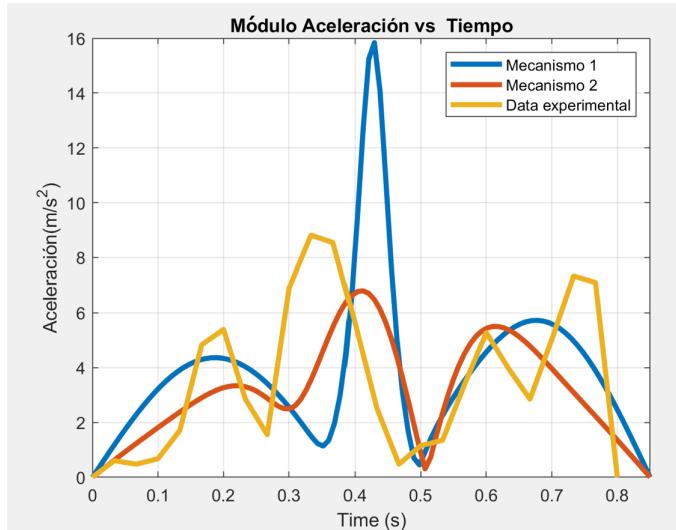


Fig. 24. Gráfica Aceleración vs. Tiempo de los mecanismos

#### E. Modelado de mecanismos en Inventor

A partir de las dimensiones obtenidas en la optimización se realiza el modelamiento de los mecanismos 1 y 2 en el software Inventor como se puede observar en las Figuras 25 y 26. Esto se realiza con el objetivo de obtener los momentos de inercia y masa de cada uno de los links, cuyos resultados se muestran en las Tablas XVI y XVII. Cabe destacar que el material utilizado fue Aluminio 6006, un espesor de 6mm y un ancho de 36mm en ambos mecanismos. Por otro lado, no es necesario obtener el centro de masa de los links, ya que, al ser simétricos, en todos los casos se encuentra al medio. Sin embargo, esta regla no aplica para el link asimétrico FH del mecanismo 2, en el cual su centro de masa se encuentra a 0.3156 m del punto H. Estos datos fueron usados para el análisis cinético.

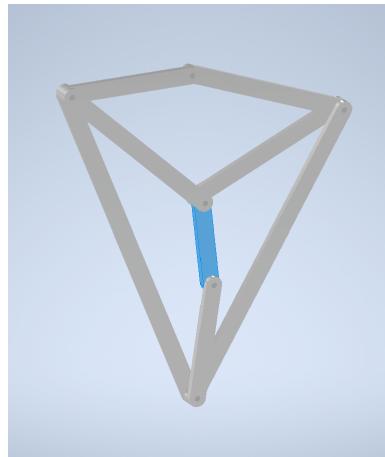


Fig. 25. Mecanismo 1 modelado en Inventor



Fig. 26. Mecanismo 2 modelado en Inventor

TABLE XVI  
MASA Y MOMENTOS DE INERCIA DE LOS LINKS DEL MECANISMO 1

Link	Masa(kg)	Momento de Inercia(kg.m <sup>2</sup> )
AB	0.307	$1831.34 \times 10^{-6}$
BC	0.237	$863.749 \times 10^{-6}$
AE	0.913	$46825.704 \times 10^{-6}$
AD	0.787	$30037.941 \times 10^{-6}$
CE	0.513	$8388.253 \times 10^{-6}$
CD	0.439	$5258.716 \times 10^{-6}$
DF	0.463	$6174.484 \times 10^{-6}$
EF	0.356	$2845.246 \times 10^{-6}$

TABLE XVII  
MASA Y MOMENTOS DE INERCIA DE LOS LINKS DEL MECANISMO 2

Link	Masa(kg)	Momento de Inercia(kg.m <sup>2</sup> )
AB	0.171	$337.288 \times 10^{-6}$
BE	0.546	$10085.106 \times 10^{-6}$
DE	0.431	$5005.719 \times 10^{-6}$
CF	0.467	$6328.187 \times 10^{-6}$
BF	0.537	$9587.042 \times 10^{-6}$
EG	0.536	$9525.159 \times 10^{-6}$
FH	0.757	$27095.132 \times 10^{-6}$

#### F. Análisis cinético de mecanismos

En la Figura 27 se observa una comparación entre los torques de ambos mecanismos en función del tiempo. Durante los primeros 0.3 segundos el torque del mecanismo 2 es significativamente más grande que el del mecanismo 1. En 0.4 segundos ambos torques cambian de sentido y aumentan considerablemente, teniendo el mecanismo 1 una pendiente más pronunciada. Durante el resto del movimiento ambos torques son similares.

Finalmente, en las figuras 28 y 29 se aprecian las gráficas de potencia externa vs. potencia cinética. En ambos casos las gráficas coinciden por lo que se puede deducir que los análisis cinéticos han sido correctos. Es importante precisar que para el mecanismo 1 la comprobación se hizo considerando la aceleración de la gravedad como 0 debido a problemas con el cálculo de la energía potencial.

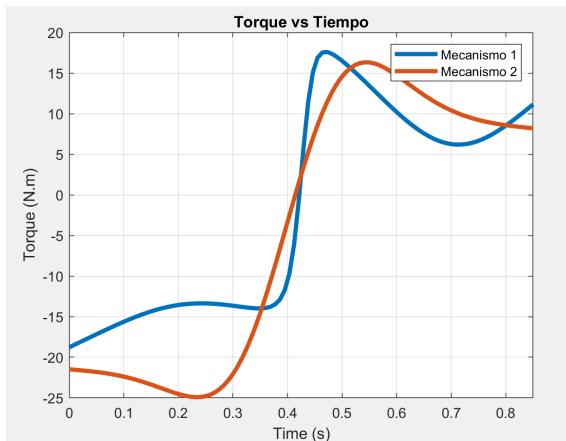


Fig. 27. Gráfica Torque vs. tiempo de los mecanismos

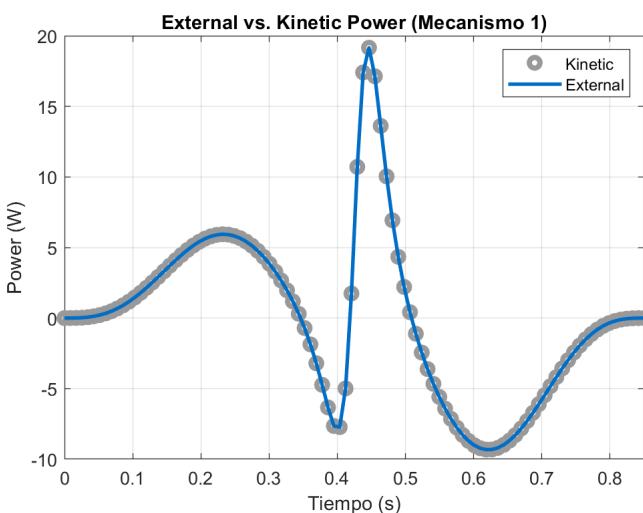


Fig. 28. Comprobación de método de energía del mecanismo 1

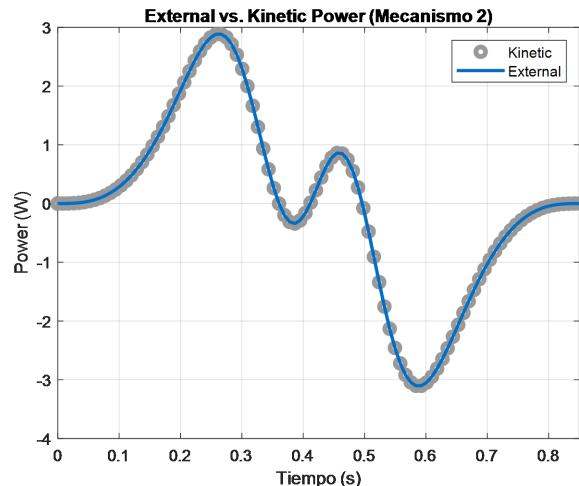


Fig. 29. Comprobación de método de energía del mecanismo 2

#### XIII. CONCLUSIONES

En conclusión, se ha logrado sintetizar dos mecanismos con longitudes optimizadas a partir de una trayectoria obtenida experimental. Tanto el perfil de velocidad y aceleración fue tomado en cuenta como la velocidad esperada para el crank. Durante las distintas etapas se logró determinar que:

- La optimización del mecanismo 2 logró reducir la función costo en mayor grado a comparación del mecanismo 1. Esto ocurrió para los dos casos de variaciones del 20% y 50% en las longitudes iniciales. La razón se atribuye a mejores condiciones iniciales en el mecanismo 2 para la trayectoria deseada. El aumento variación favorece considerablemente al mecanismo 1, pero el mecanismo 2 sigue obteniendo mejores resultados. En la optimización para 50% de variación mostró que el tiempo de ejecución es comparable solo para fmincon y que el mecanismo 2 logra optimizarse en menor tiempo.
- La síntesis y el análisis de posición de ambos mecanismos mediante el método numérico de Newton-Raphson permitió reducir la complejidad del problema porque se puede utilizar la formulación matricial del Jacobiano para aproximar los resultados. Esto es de especial ayuda para mecanismos con un alto índice de links como es este caso para mecanismos de 8 barras porque evita generar una ecuación diferente para ángulo dependiente de la geometría del mecanismo.
- El perfil de velocidad deseado fue replicado con mucha similitud en los dos mecanismos. Este resultado no se repite en la aceleración donde únicamente el mecanismo 2 sigue la aceleración de referencia. El mecanismo 1 tiene regiones con cierto grado de semejanza, pero presenta un pico importante en la mitad del recorrido con un módulo de  $16 \text{ m/s}^2$ . Con ello, se puede determinar que el mecanismo 2 es más estable y tendrá un recorrido menos brusco.

- El uso de torque en el crank para los dos mecanismos se diferencia principalmente en los primeros 0.4 segundos del movimiento. En esta región, el mecanismo 2 utiliza una diferencia máxima de 10 Nm frente al mecanismo 1. Luego de esa etapa, ambos mecanismos necesitan un torque similar.

Considerando que el mecanismo 2 logró optimizarse con mayor exactitud para la trayectoria con una baja variación de longitud, sigue la referencia de velocidad y no presenta cambios importantes como picos en la aceleración frente a la referencia, se considera que es el más apto para una terapia de rehabilitación física. Aun cuando se necesitará un motor más potente para ofrecer un mayor torque necesario en el arranque, la ausencia de picos en aceleración aseguran que el paciente no experimente movimientos bruscos o no tenga que hacer mucho esfuerzo físico. Esta es una característica primordial considerando que el proceso exige que el paciente recupere el movimiento total de sus piernas de forma paulatina.

Como la comparación de mecanismos fue para una trayectoria general, si el terapeuta desea tener un comportamiento más particular deberá indicar la trayectoria que desea y especificaciones mayores para hacer las respectivas comparaciones entre mecanismos.

Finalmente, una recomendación para hacer un análisis más robusto sería definir la trayectoria no mediante puntos sino splines para curvas suaves o descriptores de Fourier y sus coeficientes serán los evaluados en la función costo. Esto permitiría describir curvas continuas que podrían tener muchos puntos.

## REFERENCES

- [Abdelmegeed et al.(2019)] Abdelmegeed, Lohman, Daher, and Syed] M. Abdelmegeed, E. Lohman, N. Daher, and H. M. Syed, “Linking physical therapy outcome measures to the Brief International Classification of Functioning Core Set for Hand Conditions in subjects with ulnar wrist pain,” *Journal of Back and Musculoskeletal Rehabilitation*, vol. 32, no. 5, pp. 707–715, 2019.
- [Chimenti et al.(2018)] Chimenti, Frey-Law, and Sluka] R. L. Chimenti, L. A. Frey-Law, and K. A. Sluka, “A Mechanism-Based Approach to Physical Therapist Management of Pain,” *Physical Therapy*, vol. 98, no. 5, pp. 302–314, 2018.
- [Constans and Dyer(2018)] E. Constans and B. K. Dyer, *Introduction to Mechanism Design: with Computer Applications*, 1st ed. CRC Press, 2018.
- [Desai et al.(2019)] Desai, Annigeri, and TimmanaGouda] S. G. Desai, A. R. Annigeri, and A. TimmanaGouda, “Analysis of a new single degree-of-freedom eight link leg mechanism for walking machine,” *Mechanism and Machine Theory*, vol. 140, pp. 747–764, 2019. [Online]. Available: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0094114X19309097>
- [Coleman and Li(1996)] T. F. Coleman and Y. Li, “An interior trust region approach for nonlinear minimization subject to bounds,” *SIAM Journal on Optimization*, vol. 6, no. 2, pp. 418–445, 1996. [Online]. Available: <https://doi.org/10.1137/0806023>
- [Yang(2021)] X.-S. Yang, “Chapter 6 - genetic algorithms,” in *Nature-Inspired Optimization Algorithms (Second Edition)*, second edition ed., X.-S. Yang, Ed. Academic Press, 2021, pp. 91–100. [Online]. Available: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/B9780128219867000135>

- [MAT()] “What Is Direct Search? - MATLAB & Simulink - MathWorks América Latina.” [Online]. Available: <https://la.mathworks.com/help/gads/what-is-direct-search.html>
- [Godoy et al.(2018)] Godoy, Campos, Pérez, and Muñoz] J. C. Godoy, I. J. Campos, L. M. Pérez, and L. R. Muñoz, “Nonanthropomorphic exoskeleton with legs based on eight-bar linkages,” *International Journal of Advanced Robotic Systems*, vol. 15, no. 1, p. 172988141875577, 2018.